DOI: 10.32347/2412-9933.2021.45.89-96
УДК 514.182

Ковальов Сергій Миколайович
Доктор технічних наук, професор кафедри нарисної геометрії та інженерної графіки,
orcid.org/0000-0002-1367-1730
Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ
Ботвіновська Світлана Іванівна
Доктор технічних наук, доцент, завідувач кафедри нарисної геометрії та інженерної графіки,
orcid.org/0000-0002-1832-1342
Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ

ВАРІЮВАННЯ ФОРМИ ПОВЕРХНІ, ЯКУ ДИСКРЕТНО ПРЕДСТАВЛЕНО НЕРЕГУЛЯРНОЮ ЗРІВНОВАЖЕНОЮ СІТКОЮ

Анотація. *Представлено геометричну проблему, розв'язання якої пов'язане із дослідженнями, описаними в попередніх публікаціях. Постановка задачі – формування дискретного каркасу у вигляді зрівноваженої нерегулярної сітки, дискретно представленої поверхні. Описана у статті задача розв'язується одним із методів дискретного моделювання, а саме статико-геометричним методом професора С. М. Ковальова. Вихідними умовами для формування нерегулярних зрівноважених сіток можуть виступати: координати вузлів опорного контуру; топологічна організація сіток; апліката одного з внутрішніх вузлів. Слід звернути увагу на те, що нерегулярні сітки передбачають наявність різних за топологією вузлів та клітин. Саме цей факт може призвести до ускладнень під час проведення підрахунків. Для зручності розрахунків, а також для спрощення нумерації вузлів дискретної сітки, у роботі пропонується використати топологічну схему сітки, основою якої виступатиме регулярна сітка. Для неї кожний з вузлів має конкретний номер. Оперативне управління формою сітки може здійснюватись за допомогою класичних розрахунків координат дискретної сітки СГМ (шляхом розв'язання системи рівнянь рівноваги вузлів) у поєднанні з афінним перетворенням, а саме із введенням коефіцієнтів масштабування координат. У результаті описаного підходу може відбуватися зміна форми заданого опорного контуру, пов'язана з тим, що всі координати абсолютно всіх вузлів сітки множаться на відповідні коефіцієнти перетворення. Для уникнення перетворення опорного контуру пропонується використати синтез трьох методів – СГМ, афінного перетворення координат і способу функціонального додавання координат. У процесі такого поєднання методів рівновага дискретної сітки буде збережена, і форма заданого опорного контуру не змінюватиметься.*

Ключові слова: дискретне моделювання; нерегулярні зрівноважені сітки; регулярні сітки; статико-геометричний метод; афінне перетворення; функціональне додавання

Постановка проблеми

Сучасна архітектура та дизайн оперують складними просторовими формами. Для розв'язання задач моделювання криволінійних поверхонь різних форм, у процесі архітектурного або дизайн-проєктування часто використовуються методи чисельного проєктування, а саме методи дискретної геометрії. Такий підхід дає змогу архітекторам та дизайнерам знаходити найпривабливіші, оптимальні форми криволінійних оболонок та створювати креативні архітектурні або дизайн-проєкти, використовуючи авангардні рішення. Під час пошуку оптимальних конструктивних рішень криволінійну оболонку можна представляти у вигляді дискретного каркаса з різноманітним малюнком розміщення ребер та вузлів сітки. Техніка створення дискретного каркаса та покриття поверхні дискретною сіткою з клітинами різних форм і є основою моделювання архітектурних криволінійних оболонок.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

У процесі геометричного моделювання всі поверхні можна описувати аналітично або методами диференціальної геометрії. Аналітичний опис часто не дає змоги враховувати властивості внутрішньої геометрії поверхонь або фізичні властивості різноманітних процесів, геометричними моделями яких можуть бути поверхні. У таких випадках використовують диференціальні рівняння поверхонь, які розв'язуються чисельними методами для переходу від неперервної поверхні до дискретного каркасу.

У роботах [1;2] розглядаються питання розробки чисельного методу розв'язання задач математичного моделювання геометричних моделей поверхонь, що описуються диференціальними рівняннями. Представлено алгоритми побудови розрахункових сіток за допомогою методу скінченних елементів з урахуванням впливу кожного вузла сітки на інші сусідні вузли. Продемонстровано процес моделювання поверхонь із складною формою границі на основі використання нерегулярних сіток. Для сіток такого типу пропонується задавати глобальну і локальну системи нумерації вузлів й визначається відповідність між локальною та глобальною нумераціями. Як правило, дискретне моделювання пов'язане із сітками регулярної та нерегулярної структури [3]. Регулярні (топологічно правильні) сітки дуже прості у використанні, оскільки координати всіх вузлів достатньо легко визначаються. Але у процесі використання такого типу сіток виникають питання вибору оптимальних розмірів чарунок, що може призвести до значної надмірності опису поверхні об'єкта, а отже, до обчислювальної і ємнісної неефективності. Для порівняння сіток бажано, щоб сітки бути топологічно однаковими. Для кінцевого варіанта необхідно забезпечити можливість порівняння, наприклад, висот у кожному вузлі сітки для обох поверхонь, що будуть порівнюватись.

Своєю чергою, сітки з нерегулярною структурою розширюють можливості дизайнерів та архітекторів у створенні поверхонь, неповторних з естетичної точки зору. Але дуже складно порівнювати поверхні, представлені дискретним каркасом нерегулярної структури, оскільки вузли у таких сітках можуть розміщуватись довільно й не бути топологічно однаковими. Тому, хоча під час застосування нерегулярних сіток не виникають проблеми надмірних описів поверхні, автор [3] зазначає, що у такому випадку для порівняння і аналізу поверхні різних форм виникає необхідність у появі нових, більш складних спеціальних способів. Автор [4] пропонує нерегулярні сітки розділити на два класи: структуровані й неструктуровані. На його думку структуровані нерегулярні чотирикутні сітки наслідують більшість властивостей регулярних сіток. Переваги таких сіток пов'язуються із збереженням канонічної структури вузла для кожного з вузлів сітки із збереженням обчислювального шаблону. Для неструктурованих сіток, які формуються із деякого набору вузлів, шаблон різницевої схеми не зберігає структуру сітки, що своєю чергою не дає змоги пов'язувати сітку з регулярною прямокутною. Вивченню можливостей топологічних відмінностей неструктурованих сіток присвячено роботу [5]. За висновками автора, перевагою неструктурованих сіток є легкість у варіюванні розмірами чарунок в межах розрахункової області. Представлено переваги та недоліки нерегулярних (неструктурованих) сіток. Наведено класифікацію дискретних сіток за формою клітин, за ступенем збігу вузлів сусідніх чарунок, за ступенем ієрархічної організації сіток, за критерієм рівномірності геометричних параметрів.

Візуальне спостереження процесу моделювання дискретних каркасів поверхонь можна отримати при використанні статико-геометричного методу (СГМ) професора С. М. Ковальова [6 – 9]. У роботі [7] виконано узагальнення СГМ й узагальнено підходи для формування дискретних каркасів поверхонь архітектурних оболонок [9]. У роботі [8] представлено алгоритм формоутворення дискретної нерегулярної зрівноваженої сітки дискретно представленої поверхні (ДПП). Для досягнення мети використано спосіб конструктивного розподілу зовнішнього формоутворюючого навантаження на вузли у рамках СГМ. Для розв'язання багатьох практичних задач може використовуватись апарат функціонального додавання, а саме суперпозиція [10]. Автор роботи зазначає, це апарат може бути потужним геометричним інструментом при моделюванні поверхонь методами прикладної геометрії, що й підтверджується у роботах [11 – 13]. Запропонована авторами [11] методика використання суперпозицій систем подвійних числових послідовностей знімає проблеми розв'язання громіздких систем лінійних рівнянь формування моделей, з нерівномірним кроком вузлів, притаманних СГМ, проблеми загущення сіток до досягнення заданої точності. У роботі [12] автори пропонують формування зрівноважених двовимірних дискретних сіток з різними комбінаціями заданих крайових умов за допомогою апарату числових послідовностей. Описаний у [13] підхід до моделювання хвилястих поверхонь на основі суперпозиції та СГМ розширює моделюючі можливості останнього при формуванні одновимірних дискретних об'єктів і пришвидшує формування відповідних опорних контурів для ДПП.

Під час розв'язання задач апроксимації або інтерполяції поверхонь виникають задачі редагування отриманого дискретного каркасу, варіювання форми поверхні. У статті [14] розглянуто спосіб конструювання дискретного каркасу ДПП на основі суперпозицій одновимірних точкових множин. Запропонований спосіб допомагає керувати формою поверхні за рахунок варіації форми опорного контуру або за рахунок зміни аплікати центрального вузла і аплікат вузлів опорного контуру. У представлених роботах не розглядаються питання моделювання дискретних каркасів ДПП, представлених зрівноваженими нерегулярних сітками, із збереженням форми заданого опорного контуру.

При розв'язанні практичних задач моделювання дискретних каркасів криволінійних поверхонь архітектурних або дизайн-проєктів дуже часто виникає необхідність використовувати нерегулярні дискретні сітки. За їх допомогою легше представити та описати нестандартні (сингулярні), особливі елементи поверхні (місця, де змінюється кривина, крок вузлів, де можуть з'являтися отвори тощо). Тому це питання є актуальним.

У роботі пропонується розв'язання задачі варіювання форми поверхні, дискретно представленої нерегулярною сіткою, із залученням апарату суперпозицій та афінного перетворення координат. Такий підхід обрано у зв'язку з тим, що у прикладній геометрії поняття «суперпозиції» асоціюється із додаванням функцій і може використовуватись для конструювання ДПП [10], а афінне перетворення не змінює рівноваги вузлів дискретної сітки.

Мета статті

Мета – показати шляхи управління та варіювання форми поверхні, яку дискретно представлено нерегулярною зрівноваженою сіткою, за рахунок поєднання афінного перетворення координат та способу функціонального додавання координат, у рамках узагальненого СГМ, що суттєво розширить його моделюючі можливості.

Виклад основного матеріалу

Нерегулярна сітка передбачає наявність різних за топологією вузлів та клітин. Вихідними умовами для формування такої зрівноваженої сітки є задані координати вузлів опорного контуру, топологічна організація сітки та аплікати одного з внутрішніх вузлів.

Топологічна схема сітки, для зручності нумерації вузлів, базується на основі регулярної сітки, де кожний вузол має конкретний номер (рис. 1). Для побудови СГМ дискретної моделі поверхні під дією власної ваги конструкції, зовнішнє навантаження на вузли сітки приймається вертикальним.

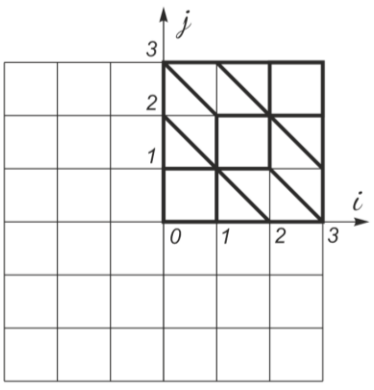

Рисунок 1 – Топологічна схема нерегулярної зрівноваженої сітки, що формується на основі регулярної сітки

Зовнішнє навантаження на конкретний вузол сітки визначається за формулою, що наведено у роботі [8]:

$$kP_{i,j} = -\sum_{m=1}^{n} l_m^2, \tag{1}$$

де i, j – нумерація вузлів сітки у глобальній системі відліку; k – коефіцієнт подібності; m – номер околишнього вузла зірки сітки у локальній системі відліку; n – число в'язей, що належать центральному вузлу зірки; l – довжина в'язі у плані [6].

Абсциси і ординати вузлів визначаються при розв'язанні системи рівнянь:

$$\begin{aligned} &\sum_{m=1}^{n}(X_{i,j} - X_m^{i,j}) = 0; \\ &\sum_{m=1}^{n}(Y_{i,j} - Y_m^{i,j}) = 0. \end{aligned} \tag{2}$$

Аплікати вузлів сітки визначаються при розв'язанні системи рівнянь:

$$nZ_{i,j} - \sum_{m=1}^{n} Z_m^{i,j} - kP_{i,j} = 0. \tag{3}$$

Оперативне управління формою сітки можна здійснювати за допомогою афінного перетворення, оскільки відомо, що при такому перетворення зберігається рівновага дискретної сітки [6]. При цьому всі координати вузлів множаться на відповідні коефіцієнти перетворення і опорний контур змінюється разом із сіткою. Для того щоб при перетворенні сітки опорний контур залишався незмінним, потрібно використати спосіб функціонального додавання [7]. Послідовність використання цього способу представлена нижче.

Окремо формуються дві сітки.

Перша сітка формується під дією зовнішнього навантаження (1) на плоскому опорному контурі, який є горизонтальною проєкцією заданого контуру. Форму цієї сітки можна оперативно змінювати афінним перетворенням (стиском або розтягненням уздовж осі *OZ*) приймаючи площину *OXY*, якій належить план сітки, за подвійну площину перетворення.

Друга сітка формується на заданому просторовому опорному контурі, але без зовнішнього навантаження.

При функціональному складанні аплікат вузлів двох зазначених сіток утворюється результуюча сітка, аплікати вузлів якої можна оперативно змінювати без зміни аплікат вузлів опорного контуру. Нова сітка також є зрівноваженою, оскільки перетворення функціонального складання не порушує рівноваги [7].

Приклад. Задано топологічну схему нерегулярної сітки, симетричної відносно площин $x=0;\ y=0;\ x=y;\ x=-y$ (рис. 1). Опорний контур дискретно представленої поверхні, заданий у вигляді чотирьох однакових парабол (рис. 2): $x=\pm 3;\ z=2-0{,}2222y^2$ та $y=\pm 3;\ z=2-0{,}2222x^2$ (рис. 2). Створити модель, яка дає змогу оперативно варіювати формою зрівноваженої ДПП змінюючи аплікату центрального вузла.

Абсциси вузлів сітки у лінійних одиницях визначаються при розв'язанні системи рівнянь:

$$\begin{aligned}
&-4x_{10}+2x_{11}+x_{20}=0;\\
&x_{10}-6x_{11}+x_{11}+x_{20}+x_{21}=0;\\
&x_{11}-3x_{12}+x_{22}=0;\\
&x_{10}+2x_{11}-4x_{20}+3=0;\\
&x_{11}-3x_{21}+x_{22}+3=0;\\
&x_{12}+x_{21}-7x_{22}+12=0.
\end{aligned} \tag{4}$$

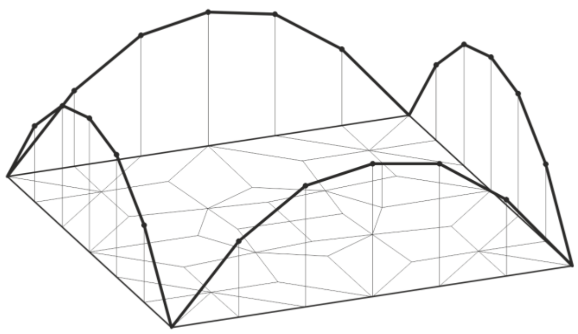

Рисунок 2 – Топологічна схема нерегулярної зрівноваженої сітки та опорний контур ДПП

Ординати вузлів визначаються за умови симетрії сітки (рис. 1) відповідно до абсцис. За абсцисами і ординатами вузлів визначаються довжини в'язей, що є основою для підрахунку значень зовнішнього навантаження за формулою (1):

$$P_{10}=2{,}4387k;\ P_{11}=6{,}1348k;\ P_{20}=5{,}0106k;$$
$$P_{21}=4{,}6532k;\ P_{22}=9{,}704k.$$

Нагадаємо, що дискретна сітка довільної форми, побудована за допомогою СГМ, залишається зрівноваженою під дією певних зовнішніх зусиль, які прикладаються до вузлів сітки і зусиль у в'язях сітки, які вважаються прямо пропорційними довжинам цих в'язей. За результатами розв'язання системи (4) і значеннями зовнішнього навантаження складається і розв'язується система рівнянь рівноваги вузлів сітки на плоскому опорному контурі, який є горизонтальною проєкцією заданого опорного контуру, при заданій аплікаті центрального вузла (наприклад, $Z_{00}=1$):

$$\begin{aligned}
&-4Z'_{10}-4+2{,}3804k=0;\\
&-4Z'_{10}+2Z'_{11}+Z'_{20}+2{,}4387k+1=0;\\
&2Z'_{10}+6Z'_{11}+2Z'_{20}+2Z'_{21}+6{,}1348k=0;\\
&Z'_{10}+2Z'_{11}-4Z'_{20}+5{,}0106k=0;\\
&Z'_{11}-3Z'_{21}+Z'_{22}+4{,}6532k=0;\\
&2Z'_{21}-7Z'_{22}+9{,}7040k=0.
\end{aligned} \tag{5}$$

Результати розв'язання системи (4) і (5) для ¼ частини сітки наведено в табл. 1. На рис. 3 побудовано дискретний каркас ДПП на плоскому опорному контурі з вертикальним навантаженням на вузли при $Z_{00}=1$.

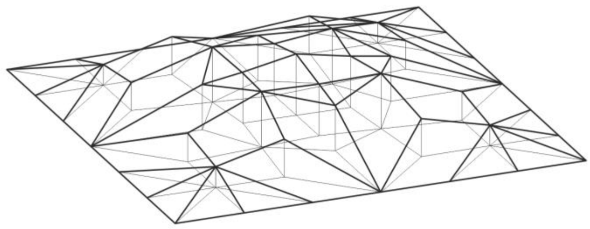

Рисунок 3 – Дискретний каркас змодельованої сітки на плоскому опорному контурі

Аплікати розтягнутої сітки (рис. 4) на просторовому опорному контурі визначаються при розв'язанні системи рівнянь (6) без зовнішнього навантаження на вузли:

$$\begin{aligned}
&-4Z''_{00}+4Z''_{10}=0;\\
&Z''_{00}-4Z''_{10}+2Z''_{11}+Z''_{20}=0;\\
&2Z''_{10}-6Z''_{11}+2Z''_{20}+2Z''_{21}=0;\\
&Z''_{10}+2Z''_{11}-4Z''_{20}+2=0;\\
&Z''_{11}-3Z''_{21}+Z''_{22}+2=0;\\
&2Z''_{21}-7Z''_{22}+5{,}7778=0.
\end{aligned} \tag{6}$$

*Таблиця 1 – **Координати вузлів дискретної нерегулярної зрівноваженої сітки в лін. один.***

j=3	*x=0,0000* *y=3,0000* *z=0,0000*	*x=1,0000* *y=3,0000* *z=0,000*	*x=2,0000* *y=3,0000* *z=0,0000*	*x=3,0000* *y=3,0000* *z=0,0000*
j=2	*x=0,0000* *y=1,3712* *z=0,7916*	*x=1,0000* *y=2,0000* *z=0,5416*	*x=2,1429* *y=2,1429* *z=0,2946*	*x=3,0000* *y=2,0000* *z=0,0000*
j=1	*x=0,0000* *y=0,7714* *z=0,9394*	*x=0,8571* *y=0,8571* *z=0,8608*	*x=2,0000* *y=1,0000* *z=0,5416*	*x=3,0000* *y=1,0000* *z=0,0000*
j=0	*x=0,0000* *y=3,0000* *z=1,0000*	*x=0,7714* *y=0,0000* *z=0,9394*	*x=1,3712* *y=0,0000* *z=0,7916*	*x=3,0000* *y=0,0000* *z=0,0000*
	i=0	*i=1*	*i=2*	*i=3*

Слід також засвідчити, що при формуванні нерегулярної сітки ДПП так само, як і для регулярної сітки число вузлів сітки може бути необмеженим. Наступні дослідженнях можна проводити у напрямі постановки та розв’язання задачі визначення деяких залежностей між параметрами нерегулярних сіток, які створюються на основі регулярних сіток, і вихідними умовами для суцільної двовимірної дискретної інтерполяції.

СГМ був використаний у [15; 16] для моделювання архітектурних покриттів із заданою геометрією малюнку ребер на основі зрівноважених нерегулярних сіток.

За результатами розв’язання системи (6), які наведено у табл. 2, на рис. 4 побудовано розтягнуту сітку ДПП із заданим у вигляді чотирьох парабол просторовим опорним контуром.

Таблиця 2 – ***Аплікати розтягнутої сітки ДПП на просторовому опорному контурі в лін. один.***

j=3	2,0000	1,7778	1,1111	0,0000
j=2	1,8376	1,6955	1,3098	1,1111
j=1	1,7970	1,7767	1,6955	1,7778
j=0	1,7970	1,7970	1,8376	2,0000
	i=0	*i=1*	*i=2*	*i=3*

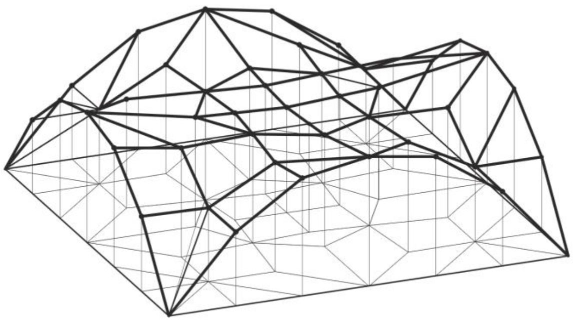

Рисунок 4 – Дискретний каркас змодельованої сітки на просторовому опорному контурі із парабол

На рис. 5 показано ДПП, аплікати вузлів якої отримано шляхом функціонального додавання аплікат вузлів двох змодельованих ДПП, які показано на рис. 3 і 4.

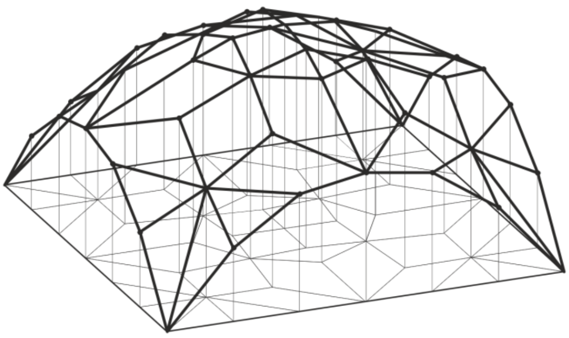

Рисунок 5 – Дискретний каркас сітки, аплікати вузлів якої отримано функціональним додавання аплікат

Аплікати вузлів розраховуються за формулою:

$$Z_{i,j} = Z'_{i,j} + Z''_{i,j}.$$

Для варіювання значенням аплікати центрального вузла ДПП достатньо всі аплікати першої поверхні на плоскому опорному контурі (рис. 3) помножити на коефіцієнт афінного перетворення і додати аплікати другої поверхні (рис. 4).

Формула для розрахунку буде мати вигляд:

$$Z_{i,j} = kZ'_{i,j} + Z''_{i,j}.$$

На рис. 6 показано половинку перетвореної поверхні при коефіцієнті афінного перетворення *k=2.*

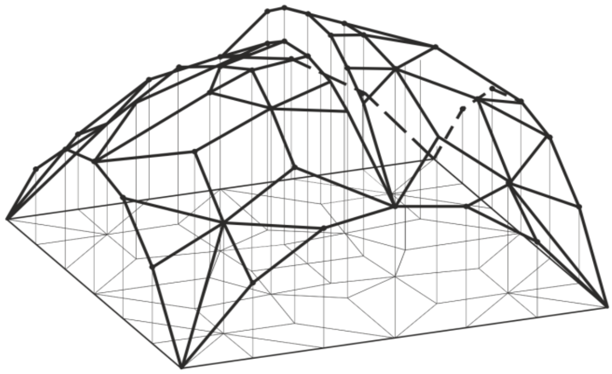

Рисунок 6 – Дискретний каркас сітки при $Z_{00} = 2$ після варіювання форми поверхні

Нова сітка при цьому залишається зрівноваженою і функціональне додавання координат не порушило її рівноваги.

Синтез функціонального додавання координат поверхонь, побудованих за допомогою статико-геометричного методу, та афінного перетворення координат може стати потужним інструментом прикладної геометрії. Використання нерегулярних (неупорядкованих) сіток суттєво розширює можливості самого статико-геометричного методу у процесі розв’язання задач формування дискретних каркасів криволінійних поверхонь у дизайні та архітектурі.

Висновки

Для архітектурного проєктування, з естетичної точки зору, являють інтерес дискретні сітки з клітинами різних конфігурацій, а саме нерегулярні сітки. Використання таких сіток дасть змогу створювати поверхні складних форм із заданим малюнком або з клітин різних конфігурацій (різних за формою). Вибір тієї чи іншої конфігурації клітин сітки є частиною геометричної концепції оптимізації форми криволінійної оболонки. Основні труднощі, які виникають при моделюванні таких поверхонь, пов'язані з нумерацією вузлів на сітках з неупорядкованими структурами та із збереженням рівноваги таких сіток. У роботі для спрощення системи нумерації вузлів нерегулярних сіток, для зручності виконання розрахунків координат вузлів дискретних каркасів пропонується формування нерегулярних сіток на основі регулярних сіток, у яких кожний вузол має свій конкретний номер.

Універсальність статико-геометричного методу полягає у тому, що за рахунок використання класичних алгоритмів побудови дискретних каркасів поверхонь є можливість поєднання СГМ із способом функціонального додавання координат та афінним перетворенням. При цьому буде забезпечено рівновагу сітки ДПП та забезпечено простоту, наочність й швидкість розрахунків у процесі варіювати її формою.

Список літератури

1. Андрекайте А. А. Вариационные методы построения расчетных сеток для конечно-элементных расчетов в многосвязных областях. *Вестник научно-технического развития*. Национальная Технологическая группа. № 8(36), 2010. С. 1–7. URL: https://docplayer.ru/61083070-Variacionnye-metody-postroeniya-raschetnyh-setok-dlya-konechno-elementnyh-raschetov-v-mnogosvyaznyh-oblastyah.html.
2. Андрекайте А. А., Исаев В. К. Алгоритмы построения регулярных и нерегулярных сеток в односвязной плоской области. URL: https://mipt.ru//students/olympsaconfs/confmipt/f_5ykwxn/conf49/z49/faki/program/andrekajte.pdf.
3. Дышкант Н. Ф. Эффективные алгоритмы сравнения поверхностей, заданных облаками точек, дис.… канд. техн. наук 01.01.09 – дискретная математика и математическая кибернетика. Москва : МГУ имени М.В. Ломоносова, 2011. 139 с. URL: http://www.dslib.net/diskret-mat/jeffektivnye-algoritmy-sravnenija-poverhnostej-zadannyh-oblakami-tochek.html.
4. Vabishchevich P. Finite-Difference Approximation of mathematical physics problems on irregular grids / Computational Methods in Applied Mathematics, Vol. 5(2005), No.3, pp.294–330.
5. Смелая Т. Г. Неструктурированные сетки и их применение при численном моделировании методом пробных частиц / Техническая механика. 2015. № 4. С.155–167.
6. Ковалёв С. Н. Формирование дискретных моделей поверхностей пространственных архитектурных конструкций. дис. …доктора техн. наук. 05.01.01. Москва : МАИ, 1986. 348 с.
7. Ботвіновська С. І. Теоретичні основи формоутворення в дискретному моделюванні об'єктів архітектури та дизайну. дис. …доктора техн. наук. 05.01.01.Прикладна геометрія, інженерна графіка. Київ : КНУБА, 2018. 527 с.
8. Ковальов С. М., Ботвіновська С. І. Формування дискретного каркаса зрівноваженої нерегулярної сітки дискретно представленої поверхні. *Управління розвитком складних систем*. 2020. № 42. С. 75 – 81. DOI: 10.32347/2412-9933.2020.42.75-81.
9. Ботвіновська С. І. Моделювання криволінійних поверхонь об'єктів дизайну та управління їх формою. *Сучасні проблеми архітектури та містобудування.* 2017. № 47. С.451–457.
10. Ковальов С. М. О суперпозиціях. *Прикладна геометрія та інженерна графіка.* Київ : КНУБА, 2010. № 84. С. 38–42.
11. Пустюльга С. І., Самостян В. Р., Хомич А. А. Дискретне моделювання зрівноважених криволінійних сіток, з неперервним кроком вузлів суперпозицією подвійних числових послідовностей. *Прикладна геометрія та інженерна графіка.* Київ : КНУБА, 2013. № 91. С. 219–225.
12. Пустюльга С. І., Самостян В. Р. Дискретне моделювання зрівноважених двовимірних сіток числовими послідовностями. *Прикладна геометрія та інженерна графіка.* Київ : КНУБА, 2009. № 82. С. 53–57.
13. Пустюльга С. І.,Самчук В. П. Моделювання хвилястих дискретно представлених кривих на основі принципу суперпозиції. *Прикладна геометрія та інженерна графіка.* Київ : КНУБА, 2009. № 82. С. 197–202.
14. Воронцов О. В., Тулупова Л. О., Воронцова І. В. Конструювання дискретного каркасу двовимірного геометричного образу суперпозиціями точкових множин прямих ліній. *Сучасні проблеми моделювання*. Мелітополь,2017. Вип. 8. С. 54-59. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/cpm_2017_8_11.
15. Романова Ю.В. Формування дискретних каркасів врівноважених поверхонь із заданою сіткою у плані. Збірник тез доповідей XI Міжнародної науково-практичної конференції «Обухівські читання» з нагоди 90-ї річниці від дня народження доктора технічних наук, професора, академіка Вищої школи України, Обухової Віолетти Сергіївни (1926-2016 рр.) 1 березня 2016 року. Національний університет біоресурсів і природокористування України. Київ, 2016. 92 с. С. 64–68.
16. Романова Ю. В. Формування ребристих безмоментних покриттів з заданим малюнком ребер. *Сучасні проблеми моделювання*. 2014. № 2. С. 124–129.

Стаття надійшла до редколегії 14.02.2021

Ковалев Сергей Николаевич
Доктор технических наук, профессор кафедры начертательной геометрии и инженерной графики,
orcid.org/0000-0002-1367-1730
Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ
Ботвиновская Светлана Ивановна
Доктор технических наук, доцент, заведующая кафедрой начертательной геометрии и инженерной графики,
orcid.org/0000-0002-1832-1342
Киевский национальный университет строительства и архитектуры, Киев

ВАРЬИРОВАНИЕ ФОРМЫ ПОВЕРХНОСТИ, ДИСКРЕТНО ПРЕДСТАВЛЕННОЙ НЕРЕГУЛЯРНОЙ УРАВНОВЕШЕННОЙ СЕТКОЙ

Аннотация. *Проведено решение задачи формированя дискретного каркаса в виде уравновешенной нерегулярной сетки, дискретно представленной поверхности. Описанная задача решается одним из методов дискретного моделирования, а именно статико-геометрическим методом професора Ковальова С.Н. (СГМ). Исходными условиями для формирования таких нерегулярных уравновешенных дискретных сетей являются: координаты узлов опорного контура, топологическая организация сетки и аппликата одного из внутренних узлов. Так как нерегулярные сетки предусматривают наличие различных по топологии узлов и ячеек, это может усложнить процесс моделирования, а именно выполнение необходимых расчетов при подсчете координат узлов дискретной сетки. Для удобства расчетов и упрощения нумерации узлов дискретной сетки предложено использовать ее топологическую схему, основой которой является регулярная сетка, каждый из узлов которой имеет конкретный номер, что существенно облегчает процесс расчета координат узлов. Оперативное изменение формы сетки может осуществляться с помощью соединения классических расчетов координат дискретной сетки СГМ (то есть путем решения системы уравнений равновесия узлов) с аффинным преобразованием, а именно введением коэффициентов масштабирования координат. Недостатком такого синтеза двух методов будет изменение заданного опорного контура, связанное с тем, что все координаты абсолютно всех узлов сетки умножаются на соответствующие коэффициенты преобразования. Во избежание изменения формы заданного опорного контура предлагается использовать синтез трех методов, а именно СГМ, аффинного преобразования координат и способа функционального сложения координат. Такой синтез методов позволит сохранить равновесие дискретной сетки в процессе моделирования и достаточно просто варьировать формой моделируемой поверхности.*

Ключевые слова: дискретное моделирование; регулярные сетки; нерегулярные уравновешенные сетки; статико-геометрический метод; аффинное преобразование; функциональное сложение

Kovalov Serhii (Kovalev Sergej)
DSc (Eng.), professor of Department of Descriptive Geometry and Engineering Graphics, *orcid.org/0000-0002-1367-1730*
Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv
Botvinovska Svitlana
DSc (Eng.), chief of the Department of Descriptive Geometry and Engineering Graphics, *orcid.org/0000-0002-1832-1342*
Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv

VARYING THE SHAPE OF A SURFACE WHICH IS DISCRETE PRESENTED BY AN IRREGULAR BALANCED GRID

Abstract. *The article discusses a problem, the solution of which is related to the research previously described in previous publications. This paper demonstrates the solution of the problem of forming a discrete frame, in the form of a balanced irregular grid, discretely represented surface. The described problem is solved by one of the methods of discrete modeling, using the static-geometric method of Professor Kovalev S.N. (SGM). The initial conditions for the formation of such irregular balanced discrete networks are the coordinates of the nodes of the reference loop, the topological organization of the grid and the z-coordinate of one of the internal nodes. Note that irregular grids are characterized by different node and cell topologies. This fact can greatly complicate the modeling process, namely, performing the necessary calculations when calculating the coordinates of discrete grid nodes. To facilitate calculations and simplify numbering of discrete grid nodes, it is proposed to use a topological grid scheme based on a regular grid. For regular grids, each node has a specific number, which greatly facilitates the calculation of node coordinates. The operative change in the shape of the grid can be carried out by connecting the classical coordinate calculations of the discrete SGM grid, that is, by solving the system of equilibrium equations of nodes, with an affine transformation, namely the introduction of the scaling factors of coordinates. The disadvantage of this synthesis of the two methods will be the change* *in the preassigned reference of contour of the mesh, due to the fact that all coordinates of absolutely all grid nodes are multiplied by the corresponding transformation coefficients. To avoid changing the shape of a given reference contour, it is proposed to use a synthesis of three methods in the work, namely SGM, affine coordinate transformation and a method of functional addition of coordinates. This synthesis of methods will maintain the balance of the discrete grid during the modeling process, and will allow you to simply vary (change) the shape of the simulated surface.*

Keywords: discrete modeling; regular grid; unstructured (irregular) balanced grids; static-geometric method; affine transformation; functional addition of coordinates

References

1.Andrekaite, A., (2010). Variational methods of constructing calculation grids for finite-element calculations in multi-connected areas. *Bulletin of Scientific and Technical Development. National Technology Group*, 8(36), 1-7. Access mode: https://docplayer.ru/61083070-Variacionnye-metody-postroeniya-raschetnyh-setok-dlya-konechno-elementnyh-raschetov-v-mnogosvyaznyh-oblastyah.html.

2.Andrekaite, A., & Isaev, V., (2019). Algorithms for the construction of regular and irregular grids in a single-link flat area. Access mode: https://mipt.ru//students/olympsaconfs/confmipt/f_5ykwxn/conf49/z49/faki/program/andrekajte.pdf.

3.Dyshkant, N., (2011). Effective algorithms for comparing surfaces defined by clouds of points, dis. PhD thesis, 01.01.09 - discrete mathematics and mathematical cybernetics. Moscow: Moscow State University named after M.V. Lomonosov, 139. Access mode: http://www.dslib.net/diskret-mat/jeffektivnye-algoritmy-sravnenija-poverhnostej-zadannyh-oblakami-tochek.html.

4.Vabishchevich, P., (2005). Finite-Difference Approximation of mathematical physics problems on irregular grids. *Computational Methods in Applied Mathematics*, 5, 3, 294–330.

5.Smelaya, T., (2015). Unstructured grids and their use in numerical modeling using the test particles method. *Technical mechanics*, 4, 155-167.

6.Kovalov, S., (1986). Formation of discrete models of surfaces of spatial architectural structures. DSc thesis, special. 05.01.01 - Descriptive Geometry, Engineering Graphics. Moscow), 348.

7.Botvinovska, S., (2018). Theoretical basis of shape formation in discrete modeling of objects in architecture and designing. DSc thesis, special. 05.01.01 – Descriptive Geometry, Engineering Graphics. Kyiv, 527.

8.Kovalov, Serhii & Botvinovska, Svitlana, (2020). Forming a discrete frame of an equilibrium irregular grid of a discretely presented surface. *Management of Development of Complex Systems*, 42, 75–81. dx.doi.org\10.32347/2412-9933.2020.42.75-81.

9.Botvinovska, S., (2017). Modeling of curvilinear surfaces of objects of design and management of their form. *Journal for Modern problems of Architecture and Town planning*, (47), 451–457.

10. Kovalov, Serhii, (2010). About superpositions. *Journal for Applied Geometry and Graphics*, 84, 38–42.

11. Pustylga, S., Samostyan, V., & Homych, A., (2013). Discrete simulation balanced curvilinear grids with irregular pitch nodes superposition of doudle numerical sequences. *Journal for Applied Geometry and Graphics*, 91, 219–225.

12. Pustylga S., & Samostyan, V., (2009). Discreetly modeling of vivid double-sided strands by numerical messages. *Journal for Applied Geometry and Graphics*, 82, 53–57.

13. Pustylga, S., & Samchuk, V., (2009). Model of squeaky discrete representations of curves based on the principle of superposition. *Journal for Applied Geometry and Graphics*, 82, 197–202.

14. Vorontsov, O., Tulupova, L., & Vorontsova, I., (2017). Formingof the discrete frame of a two-dimensional geometrical image by superpositions of point sets of direct line. *Journal for Modern problems of modeling*, 8, 54-59. Access mode: http://nbuv.gov.ua/UJRN/cpm_2017_8_11.

15. Romanova, J., (2016). Formation of discrete frameworks of temporarily large surfaces from a given grid at the plan. Book of abstracts of the XI International Scientific and Practical Conference "Obukhivsky Chitannya" since the 90th day of the day of the People's Day Doctor of Technical Sciences, Professor, Academician of the All-Ukrainian School of Ukraine, Obukhovsky Violetti Serhiy (1926-2016). 1/03/2016. Kiev : National University of Bioresources and Natural History of Ukraine. pp. 64–68.

16. Romanova, J., (2014). Formation momentless ribbed coverings with the given geometry of ribs. *Journal for Modern problems of modeling*, 2, 124–129.

Посилання на публікацію

APA Kovalov, Serhii & Botvinovska, Svitlana. (2021). Varying the shape of a surface which is discrete presented by an irregular balanced grid. *Management of Development of Complex Systems*, 45, 89–96, dx.doi.org\10.32347/2412-9933.2021.45.89-96.

ДСТУ Ковальов С. М., Ботвіновська С. І. Варіювання форми поверхні, яку дискретно представлено нерегулярною зрівноваженою сіткою. *Управління розвитком складних систем*. Київ, 2020. № 45. С. 89 – 96, dx.doi.org\10.32347/2412-9933.2021.45.89-96.