**DOI: 10.32347/2412-9933.2021.45.182-186**
УДК 681.306

**Безклубенко Ірина Сергіївна**
Кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри інформаційних технологій проєктування та прикладної математики, *orcid.org/*0000-0002-9149-4178
*Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ*

**Гетун Галина В'ячеславівна**
Кандидат технічних наук, доцент, професор кафедри архітектурних конструкцій, *orcid.org/*0000-0002-3317-3456
*Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ*

**Баліна Олена Іванівна**
Кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри інформаційних технологій проєктування та прикладної математики, *orcid.org/*0000-0001-6925-0794
*Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ*

**Буценко Юрій Павлович**
Кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри математичного аналізу та теорії ймовірності, *orcid.org/*0000-0003-4806-9587
*Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського", Київ*

# ВЛАСТИВОСТІ МНОЖИНИ ЗНАЧЕНЬ КРИТЕРІЇВ У ЗАДАЧІ ОПТИМІЗАЦІЇ ПОТОКОРОЗПОДІЛУ ІНЖЕНЕРНОЇ МЕРЕЖІ, ЩО РОЗВИВАЄТЬСЯ

***Анотація.*** *Розглянуто задачу вибору проєкту інженерної мережі, що розвивається. Запропоновано математичну модель інженерної мережі, яка ще на стадії проєктування дає змогу врахувати можливість розширення або реконструкції системи у разі приєднання нових споживачів цільового продукту, яка являє собою двокритеріальну задачу блочного програмування із сепарабельними критеріальними функціями. У пропонованій математичній моделі перший критерій відображає потребу мінімізації фінансових витрат на будівництво й експлуатацію мережі з метою забезпечення висунутих під час проєктування потреб в цільовому продукті. Другий критерій відображає потребу мінімізації фінансових витрат на перспективний розвиток системи в майбутньому від досягнутого рівня за умови, що вектор напряму розвитку системи відомий до початку проєктування інженерної мережі. Застосування вектора переваги критеріїв, який допомагає врахувати нерівноцінність обох вартісних критеріїв у побудованій математичній моделі, дає можливість порівнювати критерії різного порядку, а також дає можливість двокритеріальну оптимізаційну задачу вибору проєкту інженерної мережі, що розвивається, замінити однокритеріальною задачею математичного програмування, не змінюючи множини розв'язків задачі. Сформульовано властивості множини ефективних векторів значень критеріїв, яка виникає при розв'язанні однокритеріальної задачі оптимізації вибору варіанта проєкту інженерної мережі при варіації всіх можливих значень вектора переваги критеріїв, що дадуть максимально повну інформацію для прийняття проєктного рішення.*

***Ключові слова: інженерна мережа; двокритеріальна оптимізація; вектор переваги критеріїв; ефективна множина; область керованості потоків***

## Актуальність теми

Перед спеціалістами, що проєктують та експлуатують сучасні мережеві системи, стоять задачі проєктування мереж з урахуванням запасу пропускної спроможності і можливості оперативного змінення структури і параметрів магістральних і розподільних мереж в умовах зростаючої потреби в цільовому продукті. У зв'язку з цим виникає необхідність у стислий термін ефективно розв'язувати задачі щодо знаходження ресурсів для інтенсифікації роботи інженерних мереж, вже на стадії проєктування визначати оптимальні характеристики і параметри ліній зв'язку, джерел цільового продукту, регуляторів, визначати можливість ліквідації аварійних ситуацій визначати функціональні алгоритми роботи мереж в умовах автоматичного управління. Для сучасних планів містобудування характерна раціональна структура міської мережі комунального господарства, яка полягає в розчленуванні мережі на підсистеми, кожна з яких є мережею комунального господарства мікрорайону. Мережі мікрорайонів з'єднані між собою однією або декількома магістралями, але можуть функціонувати і автономно. Спроєктована таким чином мережа забезпечує високі показники з точки зору ремонтопридатності і надійності та надає широкі можливості для оперативного керування.

## Мета статті

Мета роботи полягає в знаходженні таких властивостей множини значень критеріїв задачі оптимізації інженерної мережі, що розвивається, які дадуть максимально повну інформацію для визначення границь, в межах яких перебуває область керованості потоків інженерної мережі, яка описана математичною моделлю (1) – (4) [7;11].

Робота є розвиненням думок з роботи [13], в якій було запропоновано метод зведення двокритеріальної задачі лінійного блочного програмування із сепарабельними критеріальними функціями

$$y=\sum_{j\in N^h}\frac{\alpha_{1j}}{\overline{\overline{h}}{}_j^l}+\sum_{j\in N^\alpha}\alpha_{2j}\overline{h}_j\to\min; \qquad (1)$$

$$z=\sum_{j\in N^h}\frac{\beta_{1j}}{\overline{h}_j^l}+\sum_{j\in N^h}\frac{\beta_{2j}}{\overline{\overline{h}}{}_j^l}+\sum_{j\in N^\alpha}\beta_{3j}\overline{\overline{h}}{}_j^l\to\max \qquad (2)$$

При обмеженнях

$$\overline{B}\overline{h}=0,\overline{\overline{B}}\overline{\overline{h}}=0, \qquad (3)$$

$$\overline{h}\in\overline{H},\ \overline{\overline{h}}\in\overline{\overline{H}}, \qquad (4)$$

$$\alpha_{1j}=A_{1j}B_{2j},\alpha_{2j}=\frac{B_{1j}}{B_{2j}},\ \beta_{1j}=A_{1j}B_{4j},$$

де $\beta_{2j}=-A_{1j}B_{2j},\ \ \beta_{3j}=\frac{B_{3j}}{B_{4j}}$ до однокритеріальної задачі сепарабельного математичного програмування:

$$X\to\min \qquad (5)$$

при обмеженнях (3), (4) і додаткових обмеженнях:

$$\sum_{j\in N^h}\frac{\alpha_{1j}}{\overline{\overline{h}}{}_j^l}+\sum_{j\in N^\alpha}\alpha_{2j}\overline{h}_j-\frac{y^{\max}-y^{\min}}{\xi}x\le y^{\min}; \qquad (6)$$

$$\sum_{j\in N^h}\frac{\beta_{1j}}{\overline{h}_j^l}+\sum_{j\in N^h}\frac{\beta_{2j}}{\overline{\overline{h}}{}_j^l}+\sum_{j\in N^\alpha}\beta_{3j}\overline{\overline{h}}{}_j^l-$$
$$-\frac{z^{\max}-z^{\min}}{\eta}\le z^{\min}. \qquad (7)$$

$$x\in[0,1].$$

## Виклад основного матеріалу

Важливою характеристикою мережі, що проєктується, є область керованості потоків. Для мережі, яка декомпозується, область керованості в автономних підграфах визначається діапазоном змін потоків у дугах, які зв'язують автономні підграфи мережі при всіх можливих розподілах потоків системи [2; 3].

Заданий вектор переваги критеріїв допомагає знайти розв'язок многокритеріальної задачі оптимізації (1) – (4) при розв'язанні однокритеріальної задачі (6) – (9) [4], при цьому виникає необхідність у побудові збіжної процедури пошуку, бажаного для проєктувальника рішення.

Для побудови збіжної процедури прийняття проєктного рішення інженерної мережі, що розвивається, введемо позначення та визначимо основні властивості множини значень критеріїв задачі (1) – (4).

Відомо [6; 8], що множина $D\subseteq E_n$ називається опуклою, якщо вона разом з двома довільними точками містить і відрізок прямої, яка їх з'єднує, тобто якщо $\left(\lambda x+(1-\lambda)x^1\right)\in D$, то для будь-яких значень $\left(x,x^1\right)\in D\ i\ \lambda\in[0,1]$.

Розглянемо узагальнення для деякої неопуклої множини *F*.

Множина $F\subseteq E^2$ називається ефективно опуклою, якщо опукла множина $F_*=F+E_{\ge}^2$ отримана з множини $F$ додаванням в кожній її точці невід'ємного квадранта $F_{\ge}^2$.

Нехай числова функція f визначена на опуклій множині $D\subseteq E^n$. Цю функцію називають увігнутою, якщо для будь-якої $\lambda\in[0,1]$ і для будь-яких $\left(x,x^1\right)\in D$ виконується нерівність $f\left(\lambda x+(1-\lambda)x^1\right)\ge\lambda f(x)+(1-\lambda)f\left(x^1\right)$.

Має місце така теорема.

*Теорема*. Якщо *F*-множина значень критеріїв (1), (2) задачі (1) – (4) $F\subseteq E^2,\ \ F\ne\emptyset$, то вона є ефективно опуклою.

*Доведення*. Доведемо, що критеріальні функції (1), (2) є увігнутими. Для цього розглянемо такі нерівності:

$$\sum_{j\in N^h}\frac{\alpha_{1j}}{\lambda\overline{\overline{h}}{}_j^l}+\sum_{j\in N^\alpha}\frac{\alpha_{2j}}{\lambda\overline{\overline{h}}{}_j^l}+\sum_{j\in N^h}\frac{\alpha_{1j}}{(1-\lambda)\overline{\overline{h}}{}_j^l}+$$
$$+\sum_{j\in N^\alpha}\frac{\alpha_{2j}}{(1-\lambda)\overline{\overline{h}}{}_j^l}\ge\lambda\left\{\sum_{j\in N^h}\frac{\alpha_{1j}}{(1-\lambda)\overline{\overline{h}}{}_j^l}+\sum_{j\in N^\alpha}\frac{\alpha_{2j}}{\lambda\overline{\overline{h}}{}_j^l}\right\}+$$
$$+[1-\lambda]\left\{\sum_{j\in N^h}\frac{\alpha_{1j}}{(1-\lambda)\overline{\overline{h}}{}_j^l}+\sum_{j\in N^\alpha}\frac{\alpha_{2j}}{(1-\lambda)\overline{\overline{h}}{}_j^l}\right\},$$

$$\sum_{j\in N^h}\frac{\beta_{1j}}{\overline{\overline{\lambda h_j^l}}}+\sum_{j\in N^\alpha}\frac{\beta_{2j}}{\lambda \underline{h_j^l}}+\sum_{j\in N^\alpha}\frac{\beta_{3j}}{\lambda \underline{h_j^l}}+\sum_{j\in N^h}\frac{\beta_{1j}}{(1-\lambda)\overline{\overline{h_j^\lambda}}}+$$

$$+\sum_{j\in N^h}\frac{\beta_{2j}}{(1-\lambda)\underline{h_j^l}}+\sum_{j\in N^\alpha}(1-\lambda)\beta_{3j}\underline{\underline{h_j}}\geq$$

$$\geq\lambda\left\{\sum_{j\in N^h}\frac{\beta_{1j}}{\overline{h_j^l}}+\sum_{j\in N^\alpha}\frac{\beta_{2j}}{\overline{\overline{h_j^l}}}+\sum_{j\in N^\alpha}\beta_{3j}\underline{h_j}\right\}+$$

$$+[1-\lambda]\left\{\sum_{j\in N^h}\frac{\beta_{1j}}{\overline{\overline{h_j^l}}}+\sum_{j\in N^h}\frac{\beta_{2j}}{\underline{h_j^l}}+\underline{h_j}\sum_{j\in N^\alpha}\beta_{3j}\right\},$$

що виконуються при будь-яких значеннях $\overline{h},\overline{\overline{h}},\underline{h},\underline{\underline{h}}$ і $\lambda\in[0,1]$. Таким чином, за визначенням увігнутих функцій, (1), (2) – є увігнутими. Нехай для функції (1):

$$y^1\leq\sum_{j\in N^h}\frac{\alpha_{1j}}{\overline{\overline{h_j^l}}}+\sum_{j\in N^\alpha}\frac{\alpha_{2j}}{\overline{\overline{h_j^l}}},$$

$$y^{11}\leq\sum_{j\in N^h}\frac{\alpha_{1j}}{\overline{\overline{h_j^l}}}+\sum_{j\in N^\alpha}\frac{\alpha_{2j}}{\overline{\overline{h_j^l}}},$$

Необхідно довести, що для будь-якої $\lambda\in[0,1]$ точка $y^0=\lambda y^1+(1-\lambda)y^{11}$ належить множині $F_*=F+E_{\geq}^2$. Оскільки (1) – увігнута, а множина допустимих рішень задачі (1) – (4) опукла (система обмежень лінійна [6; 8]), отримаємо:

$$y^*=\sum_{j\in N^h}\frac{\alpha_{1j}}{\overline{\overline{\lambda h_j^l}}}+\sum_{j\in N^\alpha}\frac{\alpha_{2j}}{\overline{\overline{\lambda h_j^l}}}+\sum_{j\in N^h}\frac{\alpha_{1j}}{(1-\lambda)\overline{\overline{h_j^l}}}+$$

$$+\sum_{j\in N^\alpha}\frac{\alpha_{2j}}{(1-\lambda)\overline{\overline{h_j^l}}}\geq\lambda y^1+(1-\lambda)y^{11}=y^0.$$

Тому можна написати, що $y^*+e=y^0\in F_*$, де $y\in F_*, e\in E_{\geq}^2$.

Отже, множина $F_*$ опукла, а множина $F$ – ефективно опукла. Теорема доведена.

Говорять [1; 9], що вектор значень критеріїв $(y^0,z^0)$ називається ефективним, якщо не існує вектора значень критеріїв (y,z) такого, що $y\leq y^0$, $z\leq z^0$ і хоча б одна з цих нерівностей сувора.

Позначимо через $P(F)\supseteq F$ множину ефективних векторів значень критеріїв двокритеріальної задачі (1) – (4). Нехай $X(\xi,\eta)$ – множина оптимальних рішень однокритеріальної задачі математичного програмування (3), (4), (6) – (9) кожний елемент $h(\xi,\eta)=\left(\overline{h_j^l(\xi,\eta)}_{j\in N},\ \overline{\overline{h_j^l(\xi,\eta)}}_{j\in N}\right)$ якого визначено значенням вектора переваги критеріїв $(\xi,\eta)$. Нехай $P(\xi,\eta)=\{(y,z)\}$:

$$y=\sum_{j\in N^h}\frac{\alpha_{1j}}{\overline{h_j^l}(\xi,\eta)}+\sum_{j\in N^\alpha}\alpha_{2j}\overline{h_j}(\xi,\eta);$$

$$z=\sum_{j\in N^h}\frac{\beta_{1j}}{\overline{\overline{h_j^l}}(\xi,\eta)}+\sum_{j\in N^h}\frac{\beta_{2j}}{\overline{\overline{\overline{h_j^l}}}(\xi,\eta)}+\sum_{j\in N^\alpha}\beta_{3j}\overline{\overline{h_j^l}}(\xi,\eta),$$

$(\xi,\eta)\in X(\xi,\eta)$ – множина значень критеріїв (1), (2) визначена на множині $X(\xi,\eta)$ і доведем твердження: множини $P(F)$ і $P(\xi,\eta)$ збігаються, тобто $P(F)=P(\xi,\eta)$.

*Доведення*: Покажемо, що $P(F)\supseteq P(\xi,\eta)$. Нехай $(y^0,z^0)\in P(F)$. Припустимо протилежне: $(y^0,z^0)\notin P(F)$. Оскільки [7] $\xi W(y)=x_0$, $\eta W(y)=x_0$ для мінімального значення

$$x=x_0,\quad x\in[0,1]. \tag{8}$$

То, очевидно, що існує значення $x=x^1, x^1\leq x^0$ (серед яких хоча б одна нерівність строга), якому відповідає вектор $(y^1,z^1)$, для якого виконуються співвідношення:

$$\xi W(y^1)=x^1\leq x^0=\xi W(y^0),$$

$$\eta W(z^1)=x^1\leq x^0=\eta W(z^0).$$

Враховуючи, що векторна функція відносних збитків визначається за формулами [11]:

$$W(y)=\frac{y-y^{\min}}{y^{\max}-y^{\min}},\quad W(z)=\frac{z-z^{\min}}{z^{\max}-z^{\min}},$$

де $y^{max}, y^{min}, z^{max}, z^{min}$ відповідно максимум і мінімум відповідного критерію (1), (2) при обмеженнях (3), (4), отримаємо: $y^1\leq y^0$, $z^1\leq z^0$, і хоча б одна з цих нерівностей строга, тому $(y^0,z^0)\notin P(F)$.

Із отриманого протиріччя випливає, що $P(F)\supseteq P(\xi,\eta)$.

Покажемо, що $P(F)\subseteq P(\xi,\eta)$. Припустимо протилежне, $(y^0,z^0)\notin P(F)$, тобто єдиний оптимальний розв'язок (8) при значенні параметра x=x[0]– не ефективний. Тоді існує вектор значень критеріїв $(y^1,z^1)$ такий, що $W(y^1)\leq W(y^0)$,

$W\left(z^1\right) \le W\left(z^0\right)$, і хоча б одна нерівність строга. Помноживши ці нерівності відповідно на $\zeta$ і $\eta$ отримаємо $\xi W\left(y^1\right) \le \xi W\left(y^0\right) \le x^0$, $\eta W\left(z^1\right) \le \eta W\left(z^0\right) \le x^0$, і хоча б одна нерівність строга. Отримали протиріччя: вектор значень критеріїв задовольняє умовам (8) із значенням параметра x, що не перевищує $x^0$. Отже, множини *P(F)* і $P(\xi,\eta)$ збігаються.

Отже, доведені властивості дають можливість стверджувати, що множина ефективних векторів значень критеріїв задачі математичного програмування (1) – (4), яка збігається з множиною $P(\xi,\eta)$, лежить на південно-східній границі ефективно опуклої множини *F* значень критеріїв (1), (2).

## Висновки

Сформульовано властивості множини ефективних векторів значень критеріїв.

Доведено, що множина $P(F) = P(\xi,\eta)$, яка містить в собі всі ефективні вектори значень критеріїв, може бути побудована внаслідок розв’язання однокритеріальної задачі математичного програмування (3), (4), (6) – (9) при варіації всіх можливих значень вектора переваги критеріїв $(\xi,\eta)$.

Очевидно, з одного боку, знання множини ефективних векторів значень критеріїв дає повну інформацію для прийняття єдиного прийнятного проєктного рішення інженерної мережі, яка розвивається, а з другого боку, побудова цієї множини на практиці дуже складна. Тому доцільно апроксимувати множину ефективних векторів значень критеріїв із заданою точністю.

## Список літератури

1. Михайлевич В. С. , Волкович В. Л. Вычислительные методы исследовния и проектирования сложных систем. Москва, 1982. 286 с.
2. Михайленко В. М., Анпілогов Ю. В., Кошарна Ю. В. Застосування функціонально-динамічних схем для моделювання інженерної мережі водопостачання міста. *Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки.* 2007. № 27. С. 8–13.
3. Евдокімов А. Т., Термиев А. Д, Дубровский В. В. Моделирование и оптимизация потокораспределения в инженерных сетях. Москва, 1990. 368 с.
4. Безклубенко І. С. До питання вибору оптимального виробництву інженерної мережі. *Математика в сучасному університеті:* тези доповіді IV міжнар. наук.-практ .конф., м. Київ, грудень 2015. С. 19–21.
5. Безклубенко І. С., Баліна О. І. Завдання вектора напрямку розвитку інженерної мережі. *Математика в сучасному університеті:* тези доповіді V міжнар. наук.-практ.конф., м. Київ, грудень 2016. С. 25–27.
6. Ху Те. Целочисленное программирование и потоки в сетях. Москва, 1972. 240 с.
7. Безклубенко І. С. Завдання вектору переваги критеріїв при виборі варіанта проекту інженерної мережі *Управління розвитком складних систем.* 2017. №30. С. 132–135.
8. Юдин Д. Ю., Гольштейн Е. Г. Линейное программирование: Теория, методы, приложения. Москва, 2005. 487 с.
9. Подиновский В. В., Ногин В. Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач Москва, 2002. 256 с.
10. Предум К.М. Аналіз стану інженерних мереж та можливостей їх використання для потреб теплопостачання населених пунктів України. *Вентиляція, освітлення та теплогазопостачання.* 2012. № 16. С. 67–71.
11. Безклубенко І. С. Методи ранжування критеріїв в задачі оптимізації потокорозподілу інженерної мережі. *Управління розвитком складних систем*. 2018. № 34. С. 111–114.
12. Безклубенко І. С. Визначення області керованості потоків в автономних підграфах декомпозуємої інженерної мережі. *Управління розвитком складних систем.* 2019. № 38. С. 33–36.
13. Безклубенко І. С., Баліна О. І. Дві моделі управління інженерною мережею в аварійній ситуації. *Техніка будівництва. Академія будівництва України,* Київ. 2017. № 38. С. 79–81.

*Стаття надійшла до редколегії 10.02.2021*

**Bezklubenko Iryna**
PhD (Eng.), AssociateProfessor, Department of Information technologies of Design and applied mathematics department, *orcid.org/0000-0002-9149-4178*
*Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv*
**Getun Galyna**
PhD, Professor Department of architectural constructions, *orcid.org/0000-0002-3317-3456*
*Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv*
**Balina Olena**
PhD (Eng.), AssociateProfessor, Department of Information technologies of Design and applied mathematics department, *orcid.org/0000-0001-6925-0794*
*Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv*

**Butsenko Yurii**
PhD (Physics-Mathematics), Associate Professor, Department of mathematical analysis and probability theory, *orcid.org/0000-0003-4806-9587*
*Igor Sikorsky Kyiv Politechnic Institute, Kyiv*

**PROPERTIES OF THE SET OF VALUES OF CRITERIA IN THE PROBLEM OF OPTIMIZATION OF FLOW DISTRIBUTION OF THE DEVELOPING ENGINEERING NETWORK**

***Abstract.*** *The problem of choosing a project for a developing engineering network is considered. A mathematical model of a developing engineering network, which even at the design stage allows us to take into account the possibility of expanding or reconstructing the system in case new customers are added to the target product, which is a two-criteria block programming problem with separable criterion functions. In the proposed mathematical model, the first criterion reflects the need to minimize financial costs construction and operation of the network, in order to ensure portability of the target product delivered at the time of designing. The second criterion expresses the requirement of minimizing financial costs for the future development of the system in the future from the achieved level, provided that the vector of the system's development is known before the engineering network design starts. Taking into account the criteria preference vector, which allows you to take into account the inequality of both cost criteria in the constructed mathematical model and makes it possible comparing criteria of different orders makes it possible to replace the two-criterion optimization problem of choosing a project of a developing engineering network with a single-criterion mathematical programming problem without changing the set of solutions to the problem. The formulated properties of the set of effective vectors of criterion values, that arise when solving a single-criterion problem of optimizing the choice of a choice of a design option for an engineering network by varying all possible values of the criteria preference vector, it gives the most complete information for making a design decision.*

***Keywords: engineering network; two-criterion optimization; vector advantages criteria; ranging***

**References**

1. Mikhaylevich, V. S., Volkovich, V. L. (1982). Computational methods of research and design of complex systems, 286.
2. Mikhailenko, V. M., Ampilogolov, A. P., Kosharna, Yu. V. (2007). Application of Functional-Dynamic Circuits for Modeling the Urban Water Supply Network Engineering. *Problems of water supply, drainage and hydraulics*, 27, 8–13.
3. Evdokimov, A. T., Termiev, A. D., Dubrovsky, V. V. (1990). Modeling and optimization of flow distribution in engineering systems, 368.
4. Bezklubenko, I. S. (2015). On the question of choosing the optimal production engineering network. *Mathematics in modern university:* abstracts of the report on the IV international n.-t. conference, 19–21.
5. Bezklubenko, I. S., Balina, O. I. (2016). Problems of the vector of the direction of development of the engineering network. *Mathematics at a modern university*: abstracts of the report on the V. scientific - practical conf., 25–27.
6. Hu, Te. (1972). Integer programming and streams in networks, 240.
7. Bezklubenko, I. S. (2017). The task of the vector of advantage of the criteria when choosing a variant of the project engineering network. *Management of Development of Complex systems*, 30, 132–135.
8. Yudin, D. Yu., Holstein, E. G. (2005). Linear programming: Theory, methods, applications, 487.
9. Podinovsky, V. V., Nogin, V. D. (2002). Pareto-optimal solutions to multicriteria problems, 256.
10. Predum, K. M. (2012). Analysis of the state of engineering networks and their possibilities for heat supply needs of settlements of Ukraine. *Ventilation, lighting and heat-and-gas supply*, 16, 67–71.
11. Bezklubenko, I. S. (2018). Methods of ranking criteria in the task of optimizing the flow rate of the engineering measure. *Management of Development of Complex systems*, 34, 111–114.
12. Bezklubenko, I. S., Balina, O. I. (2019). Determining the domain of controllability of flows in autonomous subgraphs of a decomposable engineering network. *Management of Development of Complex systems,* 38, 33–36.
13. Bezklubenko, I. S., Balina, O. I. (2017). Two models of management of an engineering measure in an emergency situation. *Technique of Building,* 38, 79–81.

---

**Посилання на публікацію**

APA Bezklubenko, Iryna, Getun, Galyna, Balina, Olena & Butsenko, Yurii, (2021). Properties of the set of values of criteria in the problem of optimization of flow distribution of the developing engineering network. *Management of Development of Complex Systems*, 45, 182–186, dx.doi.org\10.32347/2412-9933.2021.45.182-186.

ДСТУ Безклубенко І. С., Гетун Г. В., Баліна О. І., Буценко Ю. П. Властивості множини значень критеріїв у задачі оптимізації потокорозподілу інженерної мережі, що розвивається. *Управління розвитком складних систем.* Київ, 2021. № 45. С. 182 – 186, dx.doi.org\10.32347/2412-9933.2021.45.182-186.