DOI: 10.32347/2412-9933.2021.48.53-60
УДК 004.4+514.1+513.3

Ботвіновська Світлана Іванівна
Доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри нарисної геометрії та інженерної графіки,
orcid.org/0000-0002-1832-1342
Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ
Левіна Жаннета Григорівна
Кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри нарисної геометрії та інженерної графіки,
orcid.org/0000-0002-6868-861X
Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ
Суліменко Ганна Геннадіївна
Кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри інформаційних технологій в архітектурі,
orcid.org/0000-0002-2454-1675
Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ

ПОБУДОВА ГІПЕРБОЛІЧНИХ ПАРАБОЛОЇДІВ, ЩО МАЮТЬ ЛІНІЮ КОНТАКТУ З ОБГОРТАЮЧИМ КОНУСОМ У ВИГЛЯДІ ПАРАБОЛИ

Анотація. *Робота присвячена моделюванню архітектурних об'єктів засобами комп'ютерної графіки. Зображення, яке виводиться на екран монітора, це перспектива. Тому є можливість оцінити це зображення з найбільш зручних точок зору, оскільки за центр проєкціювання приймаємо точку зору спостерігача. Найбільшої виразності об'єкту надає його криволінійний обрис. У статті розглянуто поверхню гіперболічного параболоїда. Її перерізами (якщо не розглядати дотичних площин) можуть бути тільки параболи і гіперболи. Надалі розглядаються саме параболи як лінії контакту. Гіперболічний параболоїд є необмеженою поверхнею, тому маємо моделювати деякий його відсік. Найбільш зручно задавати його визначник у вигляді чотириланкової просторової ламаної ({4l} визначник). Тоді і криволінійний обрис слід задавати у вигляді дуги кривої другого порядку. Моделювання обмеженого відсіку ні в якому разі не впливає на остаточний варіант моделювання, бо за {4l} визначником може бути відтворена вся поверхня в системі координат, в якій знайдений гіперболічний параболоїд має канонічний вигляд. Мета роботи – розробити спосіб побудови поверхні гіперболічного параболоїда за параболічними лініями контакту, придатний до одночасного застосування до декількох поверхонь, об'єднаних в одній конструкції. Для досягнення мети проведено параметричний аналіз пропонованої задачі, сформульовано її теоретичне підґрунтя та розроблено спосіб побудови гіперболічного параболоїда за заданою лінією обрису у вигляді довільної кривої 2-го порядку, а саме: розроблено спосіб побудови контактної параболи та множини гіперболічних параболоїдів, які вона задає. Множина площин, в якій може перебувати параболічна лінія контакту, двопараметрична. Але в загальному випадку положення цих площин невідомо, тому задача формулюється так: за двома заданими точками твірних обгортаючого конусу знайти третю точку площини, яка перетинає заданий обгортаючий конус по параболі. На всі ці побудови витрачається 7 параметрів, а гіперболічний параболоїд має 8. Отже, за однією параболічною лінією контакту і заданим обгортаючим конусом другого порядку може бути побудована однопараметрична множина гіперболічних параболоїдів. У роботі показано, як побудувати лінію контакту, якщо лінію обрису задано у вигляді параболи, еліпса або гіперболи. Доведено, що відсік одного і того самого гіперболічного параболоїда можна отримати, при відповідному узгодженні параметрів, якщо буде обрана будь-яка інша хорда на тій самій лінії обрису. Продемонстровано можливість побудови двох відсіків гіперболічного параболоїда, які гладко спряжені по параболі, бо мають вздовж неї спільний обгортаючий конус.*

Ключові слова: лінія контакту; лінія обрису квадрики; поверхні другого порядку; гіперболічний параболоїд; комп'ютерне моделювання

Постановка проблеми

Робота присвячена моделюванню архітектурних об'єктів засобами комп'ютерної графіки. Зображення, яке виводиться на екран монітора, це перспектива. Тому є можливість оцінити це зображення з найбільш зручних точок зору, оскільки за центр проєкціювання приймаємо точку зору спостерігача.

Найбільшої виразності об'єкту надає його криволінійний обрис.

Важливу роль у моделюванні відіграє завдання лінії контакту обгортаючого конусу з поверхнею, що моделюється. При моделюванні поверхонь другого порядку обгортаючий конус є конусом другого порядку [1], а лінія контакту – його переріз, або сам криволінійний обрис. Якщо лінія контакту є еліпсом, то, задаючи вільний параметр, можна отримати як еліпсоїд, так і однопорожнинний гіперболоїд.

У статті розглянуто поверхню гіперболічного параболоїда. Її перерізами (якщо не розглядати дотичних площин) можуть бути тільки параболи і гіперболи. Надалі розглядаються саме параболи як лінії контакту. Гіперболічний параболоїд є необмеженою поверхнею, отже, маємо моделювати деякий його відсік. Найбільш зручно задавати його визначник у вигляді чотириланкової ламаної ({*4l*} визначник). Тоді і криволінійний обрис слід задавати у вигляді дуги кривої другого порядку. Моделювання обмеженого відсіку ні в якому разі не впливає на остаточний варіант моделювання, бо за {4l} визначником може бути відтворена вся поверхня в системі координат, в якій знайдений гіперболічний параболоїд має канонічний вигляд.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Актуальність використання кривих ліній та криволінійних поверхонь у різних галузях науки і техніки привела до появи великої кількості наукових досліджень в цих напрямах. Особливу увагу привертають криві лінії та поверхні другого порядку. Розвиток сучасних комп'ютерних технологій дає змогу не просто створювати геометричні моделі надскладних кривих поверхонь, а ще й досліджувати їх унікальні властивості. Особливо популярними криві поверхні є в архітектурі та дизайні. У роботі [3] автори наводять методи побудови різноманітних поверхонь другого порядку, а також результати експериментальної гомології, що використовується в аксонометрії. Проведені дослідження ще раз демонструють, що архітектурні проєкти з використанням гіперболічних параболоїдів представляють структурні рішення з естетично високою привабливістю, поєднаною із характеристиками міцності та неповторними геометричними характеристиками. Наприклад, наявність подвійної кривини, дає змогу поверхні гіперболічного параболоїда, незалежно від матеріалу, чинити опір різноманітним деформаціям. Автори [4] представляють дослідження щодо знаходження алгебраїчних параметрів з урахуванням геометричних характеристик ділянки поверхні гіперболічного параболоїда за рахунок використання параметричного моделювання і розрахункової оптимізації. Частину поверхні гіперболічного параболоїда автори представляють як сітку прямих управляючих ліній з відомими кутовими чотирма вершинами сітки і розрахунком необхідних параметрів.

Поверхні другого порядку дуже часто використовуються в архітектурно-будівельній практиці та дизайні. Властивості цих поверхонь досліджуються протягом всієї історії розвитку геометрії. У сучасних роботах з прикладної геометрії науковці продовжують звертати увагу на властивості поверхонь другого порядку, цікавитися питаннями їх геометричного моделювання за допомогою сучасних комп'ютерних систем. Так, у роботах [2; 5] автори розглядають питання моделювання геометричних об'єктів і технологію проєктування поверхонь за їх лініями обрисів на перспективних зображеннях. Ці дослідження присвячені моделюванню поверхонь другого порядку, у визначник яких включено дотичні конуси, що суттєво допомагає розширити можливості наявних комп'ютерних систем і спростити процес створення реальних об'єктів. Автори досліджень [5] розробляють алгоритми моделювання і проводять аналітичний аналіз знаходження лінії контакту конуса за заданими умовами проєктування. На основі доведених властивостей демонструються приклади моделювання поверхонь за їх лініями обрису. Вивченню властивостей конік та квадрик присвячено роботу [6]. Простота аналітичних описів кривих і поверхонь другого порядку, наявність інформації щодо їх властивостей приваблює науковців щодо можливостей використання такого типу кривих ліній і поверхонь в комп'ютерних системах. З комп'ютерним моделюванням кривих ліній та поверхонь другого порядку пов'язано роботу [7]. Автор продемонстрував розширений параметричний аналіз задач, де використовуються ці криві або поверхні. Використанню ліній обрисів для побудови поверхонь другого порядку в різноманітних задачах присвячено роботи [8; 9]. У роботі [10] представлено критерії і розроблено алгоритми моделювання поверхонь за ескізами перспективної лінії обрису. Комп'ютерному моделюванню тривимірних моделей лінійчатих поверхонь з трьома напрямними присвячено роботу [11]. Наведено приклад розв'язання задачі щодо розпадання лінії перетину гіперболоїдів та параболоїдів на чотири прямі.

Аналіз представлених публікацій і досліджень підтвердив актуальність проблеми, яка зацікавила авторів цього дослідження, підтвердив актуальність створення алгоритмів та розроблення конструктивних методів щодо побудови кривих поверхонь другого порядку за їх лініями обрисів.

Мета статті

Мета – розробити спосіб побудови поверхні гіперболічного параболоїда за параболічними лініями контакту, придатний до одночасного застосування до декількох поверхонь, об'єднаних в одній конструкції.

Виклад основного матеріалу

Для досягнення мети необхідно провести параметричний аналіз поставленої задачі, винайти її теоретичне підґрунтя і розробити спосіб побудови гіперболічного параболоїда за заданою лінією обрису у вигляді довільної кривої 2-го порядку, а саме: розробити спосіб побудови контактної параболи та множини гіперболічних параболоїдів, які вона задає.

Параметричний аналіз задачі побудови гіперболічного параболоїда за обгортаючим конусом має деякі відмінності від параметричного аналізу аналогічної задачі для випадку центральної квадрики.

Обгортаючий конус разом із лінією обрису на довільній картинній площині надає для моделювання поверхні, як і в загальному випадку, п'ять параметрів. І три параметри витрачаються на задавання площини, у якій має перебувати лінія контакту. Разом це дає 8 параметрів, які і визначають поверхню гіперболічного параболоїда *Г*. Але в роботі сформульовано задачу, що лінія контакту має бути параболою. Це відбувається тільки тоді, коли січні площини перетинають обгортаючий конус по параболі.

Отже, множина площин, в якій може перебувати параболічна лінія контакту, є двопараметрична. Але в загальному випадку положення цих площин нам невідомо, тому задача сформулюється так: за двома заданими точками твірних обгортаючого конусу знайти третю точку площини, яка перетинає заданий обгортаючий конус по параболі. На всі ці побудови витрачається 7 параметрів, а гіперболічний параболоїд має 8. Тому за однією параболічною лінією контакту і заданому обгортаючому конусу другого порядку може бути побудовано однопараметричну множину гіперболічних параболоїдів. Це параметричний аспект.

Конструктивна схема його можливої реалізації показана на рис. 1, де зображено конус *К*, який задано вершиною S та лінією обрису $A'N'B'$. Тут N' – точка, яка задана на прямій, що з'єднує точку перетину дотичних до кривої (на рисунку це парабола) в точках A' і B' і середину хорди, точку T', що відповідає визначенню кривої 2-го порядку. Побудувати її точки можна як за способом інженерного дискримінанту, так і за формулами раціональних квадратичних сегментів, або за кривою Безьє у випадку параболи. У будь-якому разі будемо вважати, що всі точки кривої нам відомі. Зазначимо, що площини $SA'M'$, $SB'M'$ мають бути дотичними як до конусу, так і до гіперболічного параболоїду, що моделюється. Одна з ліній контакту з двопараметричної множини можливих ліній, задається довільною хордою AB, вершини якої належать $A'S$ та $B'S$. Нехай точка P є серединою відрізка AB, а P' – центральна проєкція точки P на хорду h'. Далі знаходимо точку R', як перетин параболи p' прямою $P'M'$. Цим утворилась площина Δ, якій належать прямі: SP'; SR'; SM'. У площині Δ будується пряма PM така, що пряма SR' поділяє її навпіл. Для цього застосовується спосіб допоміжного паралелограма, схематично зображений на рис. 1, *а*.

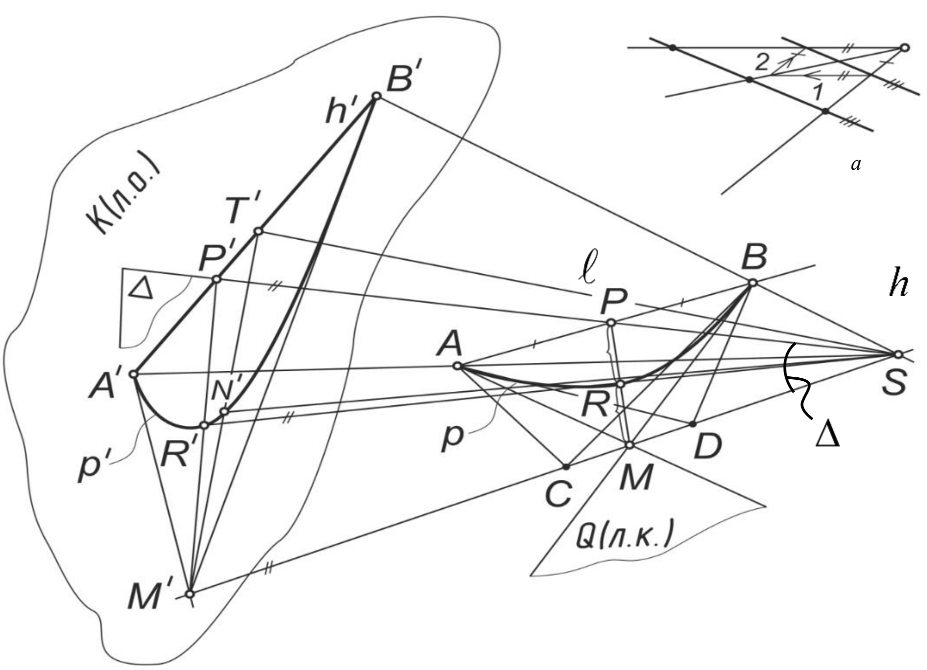

Рисунок 1 – Побудова гіперболічного параболоїда за обгортаючим конусом і заданою лінією обрису: а – схема реалізації способу допоміжного паралелограма

Площина Q (*л. к.*) буде площиною лінії контакту, що задана хордою AB. Вона обов'язково буде параболою, бо точка R, яка належить прямій PM, де P – середина хорди AB, і поділяє пряму PM навпіл. Зазначимо, що пряма PM буде визначати і напрям осі параболоїда, що моделюється, оскільки всі перерізи гіперболічного параболоїда по параболам мають діаметри (вісі), що паралельні осі гіперболічного параболоїда.

Отже, було зазначено, що для моделювання поверхні маємо один вільний параметр, який використовуємо для визначення положень вершин замкненої просторової ламаної, яка є $\{4\ell\}$ визначником поверхні гіперболічного параболоїда. Авторами цієї статті в роботі [6] доведено положення, за яким $\{4\ell\}$ визначник задає напрям осі гіперболічного параболоїда, як лінії, яка належить серединам хорд, що з'єднують протилежні вершини $\{4\ell\}$ визначника. PM має проходити через середини таких хорд, бо вона і є діаметром параболи p. Точки А та В приймемо за вершини, а дві інші вершини точки C та D слід задати на прямій SM', що забезпечить існування спільних дотичних площин для конусу та гіперболічного параболоїда. Вільний параметр використовується для визначення довжини відрізків $CM=MD=d$, $ABCD$ буде $\{4\ell\}$ визначником поверхні гіперболічного параболоїда, для якого парабола p буде лінією контакту.

Наявність параметра d робить задачу побудови гіперболічного параболоїда за лінією обрису та лінією контакту, що визначається хордою AB, не повністю визначеною. З іншого боку, він надає можливість гладкого стикування двох гіперболічних параболоїдів по параболі, яка задається як спільна лінія контакту для обох гіперболічних параболоїдів.

Це показано на рис. 2, де представлено спрощений варіант, при якому задекларовано, що площина картини $\overline{K}$ визначена так, що парабола, яка їй належить, має діаметри, паралельні осі параболоїда, що моделюється. Тоді і хорда AB буде паралельна хорді $A'B'$, а діаметри – лінії обрису ℓ' та лінії контакту ℓ, паралельні один одному.

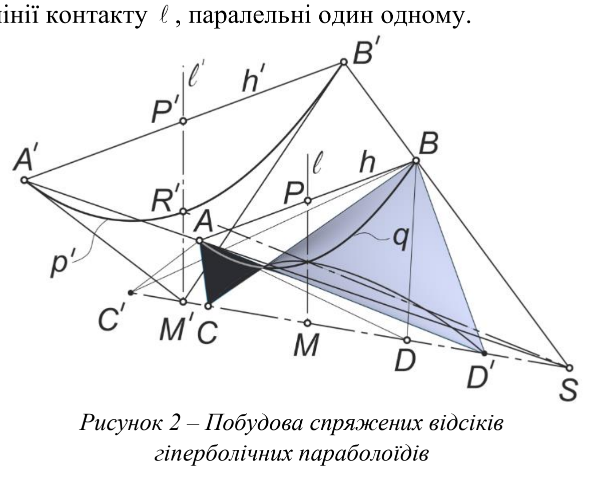

Рисунок 2 – Побудова спряжених відсіків гіперболічних параболоїдів

На прямій SM' (рис. 2) задаються дві пари відрізків CD *і* $C'D'$. Кожна з цих пар, разом з точками AB, визначають гіперболічні параболоїди $ABCD$ *і* $ABC'D'$. У обох з цих гіперболічних параболоїдів буде спільна крива контакту q, оскільки вони мають спільні дотичні площини вздовж лінії стикування. Тому поверхні $ABC'D$ та $ABCD'$ будуть гладкими поверхнями, складеними з двох відсіків гіперболічних параболоїдів. На рис. 2 показана поверхня $ABCD'$. Визначник $ABCD'$ і сам по собі задає поверхню гіперболічного параболоїда, але він буде мати іншу криву AB. Крива CD' на складеній поверхні взагалі не буде суцільною кривою. Це дві спряжені дуги параболи.

Остаточна форма гіперболічного параболоїда може не залежати від вибору хорди $A'B'$. Але вона залежить від обраного за основне положення хорди AB та точок C та D. Всі інші поточні побудови мають бути узгоджені з положенням вказаної хорди і точок.

На рис. 3 крім хорди $A'B'$ обрано хорду $A'''B'$. Спільна точка B' не впливає на результат, а точка A''', що визначає хорду h'', може бути вибрана в довільному місці на параболі p' в межах заданої зображеної дуги.

Побудова $\{4\ell\}$ визначника, що задається хордою h''', виконується за тими самими правилами що і для хорди h'. Положення точки A'' знаходимо в площині AMB як перетин цієї площини з прямою SA''', а точки C' та D' мають належати граничним твірним CD та BD основного гіперболічного параболоїда і, водночас, прямій SM''', що є аналогом прямої SM' для нової хорди.

Для обґрунтування цього факту виконаємо проєкціювання $\{4\ell\}$ визначника у напрямку осі параболоїда. При цьому $\{4\ell\}$ визначник на довільній площині буде відображатися, в загальному вигляді, як паралелограм (це було доведено в [6]).

Точка A_1' буде лежати на діагоналі A_1B_1, як точка, що належить проєкціювальній площині AMB.

Для знаходження точок C' та D' спочатку визначають їх проєкції на сторонах паралелограма A_1, C_1, B_1, D_1 як вершини паралелограма з діагоналлю $A_1'B_1$. Після цього вони у зворотному напрямку повертаються на пряму SM'''.

У цьому випадку просторова ламана $A''BC'D'$ буде належати гіперболічному параболоїду з визначником $\{4\ell\}$ – ламана $ABCD$. Це випливає з того, що всі вільні параметри проєктування застосовано узгоджено.

На рис. 1 було продекларовано задавання лінії обрису у вигляді параболи, проте жодним чином автори роботи не спирались на це в побудовах. Дійсно, при заданому обгортаючому конусі вигляд лінії–обрису визначається положенням картини, як січної площини. А на рис. 1 вже вибрано параболу p', а пряма AB була вибрана довільно. Це визначило необхідність побудови додаткової точки R' (рис. 1).

На рис. 4, 5 продемонстровано приклади знаходження лінії контакту за лініями обрису у вигляді еліпса (рис. 4) та гіперболи (рис. 5). Приклади виконано за спрощеною схемою, як на рис. 2.

Звичайно, в обох варіантах хорда AB могла бути вибрана довільно, тож побудова була б аналогічною побудові на рис. 1. Варіант, аналогічний рис. 2, вибрано для спрощення демонстрації прикладів і того, що побудова однакова для різних кривих другого порядку. Ці побудови можна також розглядати як побудови параболічних перерізів.

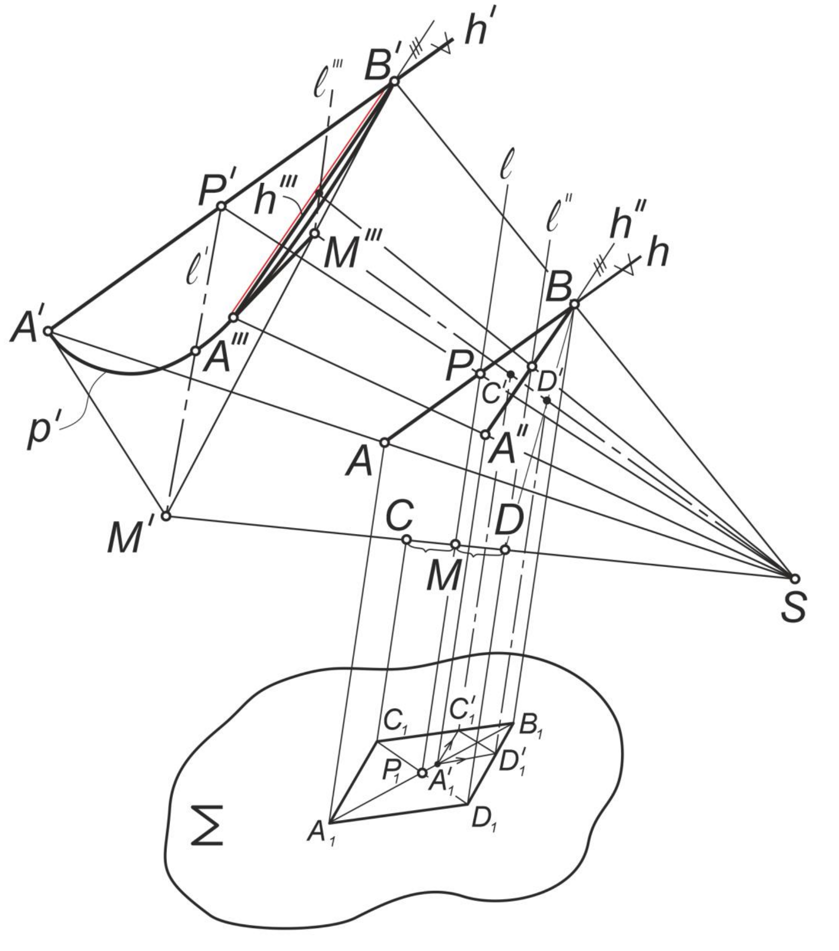

Рисунок 3 – Побудова двох відсіків одного і того самого гіперболічного параболоїда

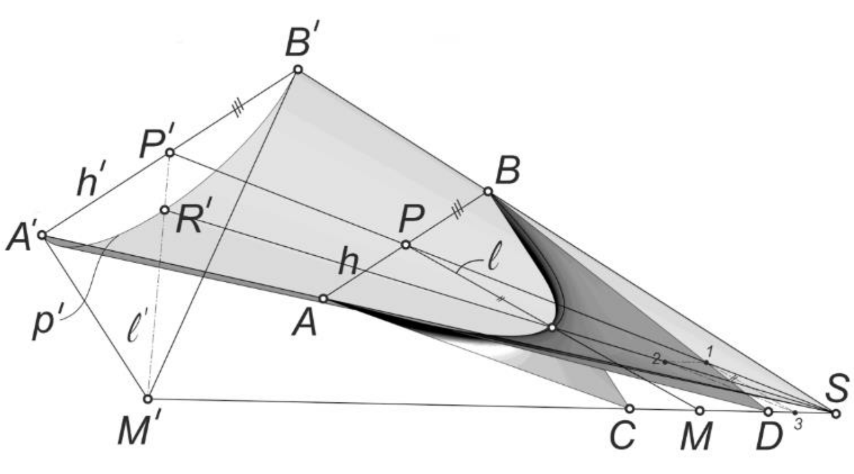

Рисунок 4 – Побудова лінії контакту за лінією обрису у вигляді еліпсу

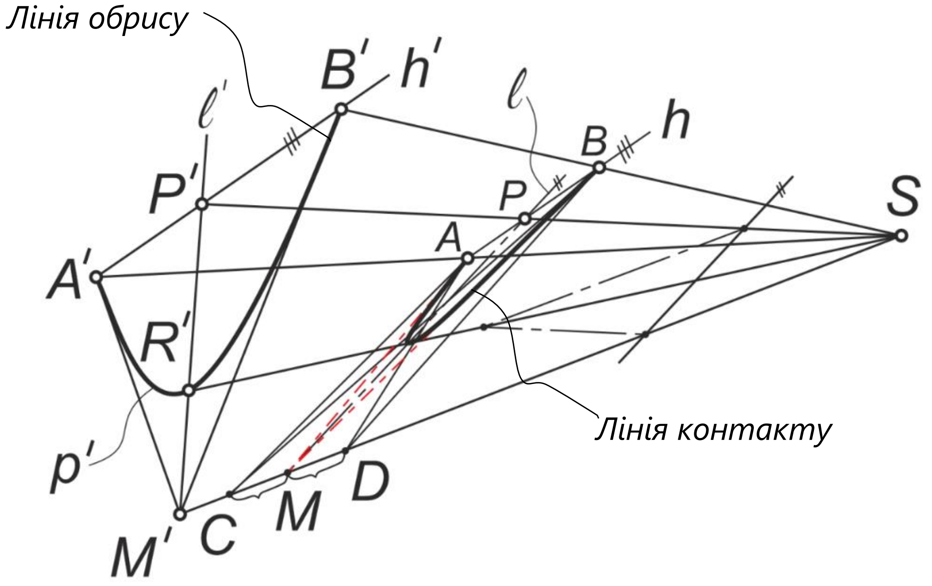

Рисунок 5 – Побудова лінії контакту за лінією обрису у вигляді гіперболи

Висновки

1. Проведено параметричний аналіз задачі побудови гіперболічного параболоїда за обгортаючим конусом з параболічною лінією контакту.

2. Продемонстровано алгоритм побудови гіперболічного параболоїда за заданою лінією обрису. Показано, що лінію обрису завжди можна задати так, щоб напрямок діаметра параболи відповідного положення збігався з напрямком осі гіперболічного параболоїда, що проєктується. У такому випадку один вільний параметр реалізується самою лінією обрису (у наведеному прикладі параболою). Другий параметр реалізується положенням хорди, яка є паралельною обраній хорді на лінії контакту, початок і кінець якої будуть вершинами відсіку гіперболічного параболоїда. Останній третій параметр – це довжина відрізка, що з'єднує інші вершини гіперболічного параболоїда.

3. Доведено, що відсік одного і того самого гіперболічного параболоїда можна отримати при відповідному узгодженні параметрів, якщо буде обрана будь-яка інша хорда на тій самій лінії обрису.

У роботі показано, як побудувати лінію контакту, якщо лінію обрису задано у вигляді еліпса або гіперболи.

Список літератури

1. Монж Г. Начертательная геометрия. Классики науки. Москва: Книга по требованию. 2013. 292 с.
2. Anpilogova V., Botvinovska S., Zolotova A., Sylimenko H.. (2019) Study of problem on constructing quadrics at the assigned tangent cones. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 5/1 (101), 39–48. doi:http://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.180859
3. Laura Inzerillo, Francesco Di Paola. Hyperboloid and paraboloid in orthogonal axonometric / 15th International Conference Geometry and Graphics, 1-5 August, 2012, Montreal, Canada. http:// http://toc.proceedings.com/19240webtoc.pdf.
4. Thomas Fischer, Thomas Wortmann. From Geometrically to Algebraically Described Hyperbolic Paraboloids: An optimisation-based analysis of the Philips Pavilion, May 2020 Conference: CAADRIA 2020.
5. Ботвіновська С. І., Васько С. М., Суліменко Г. Г. Особливості комп'ютерного моделювання об'єктів архітектури та дизайну, до складу яких входять поверхні обертання другого порядку. *Управління розвитком складних систем*. 2019. No 40. С. 102 – 111; dx.doi.org\10.6084/m9.figshare.11969049.

   http://repositary.knuba.edu.ua/bitstream/handle/987654321/3283/15.pdf?sequence=1&isAllowed=y
6. Ботвіновська С. І., Анпілогова В. О., Левіна Ж. Г.,Суліменко Г. Г. Конструктивні властивості гіперболічного параболоїду та їх застосування при комп'ютерному моделюванні. *Сучасні проблеми моделювання*. Мелітополь, 2021. № 21. С. 3–15. http://magazine.mdpu.org.ua/index.php/spm/article/view/2917/3440.
7. Emery, J. Conics, Quadrics and Projective Space (quadric.tex). Last Edit 9/3/2015. 1–96. URL: http://www.stem2.org/je/quadric.pdf.

8. Korotkiy V. A. Construction of a Nine-Point Quadric Surface/ V.A. Korotkiy. Journal for Geometry and Graphics. Copyright Heldermann Verlag. 2018. Vol. 22, Issue. 2. P. 183–193.

9. Сазонов К. А. Компьютерное формообразование конических и цилиндрических поверхностей на перспективных изображениях по линиям очертания. *Міжвідомчий науково-технічний збірник «Прикладна геометрія та інженерна графіка»*. Вип. 89. Київ, КНУБА. 2012. С. 33–38.

10. Анпілогов В. О., Левіна Ж. Г., Суліменко С. Ю. Формоутворення поверхонь обертання другого порядку за їх лініями обрисів. *Сучасні проблеми архітектури та містобудування*. Київ, КНУБА. 2016. № 44. С. 320–325.

11. Хейфец А. Л., Логиновский А. Н. 3D-модели линейчатых поверхностей с тремя прямолинейными направляючими. *Вестник ЮУрГУ. Серия «Строительство и архитектурна»*. Вып. 7. Челябинск, Изд-во ЮУрГУ, 2008. № 25. С. 51–56.

Стаття надійшла до редколегії 02.11.2021

Botvynovska, Svitlana
DSc (ENg), Professor, Head of Department of descriptive geometry and engineering drawing, orcid.org/0000-0002-1832-1342
Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv
Levina, Zhanetta
PhD, Associate Professor of Department of descriptive geometry and engineering drawing, orcid.org/0000-0002-6868-861X
Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv
Sulimenko, Hanna
PhD, Associate Professor of Department of IT in architecture, orcid.org/0000-0002-2454-1675
Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv

IMAGING OF A HYPERBOLIC PARABOLOID WITH TOUCHING LINE WITH THE PARABOLAL WRAPPING CONE

Abstract. *The paper is dedicated to architectural structures modeling by means of computer-graphics. Images on the monitor represent perspective. That's why the images could be assessed from the most convenient points as viewer's position is considered to be the perspective center. Non-rectilinear profile makes the structure the most impressive. The hyperbolic paraboloid surface is researched. Parabolas and hyperbolas are the only forms of its sections except for tangent planes cases. Parabolas as contact lines are reviewed. Hyperbolic paraboloid is an infinite surface that's why only a portion of it could be modeled. Four link space zigzag ({4l} indicator) is its best representation. In such case the non-rectilinear profile should be represented as a curve of second order semicircular arc. Modeling of a limited section does not affect the final modeling because the {4l} representation makes the depiction of all surface in that frame of axis that have the identified hyperbolic paraboloid looks like a cone. The paper's objective is development of imaging technique using parabolic contact lines to design hyperbolic paraboloid surface and applicable to several surfaces of the same construction. To do so, parameter analysis of the task is conducted, the applicable theory is identified, and the hyperbolic paraboloid imaging technique using the set profile line in the form of any curve of second order is conducted, namely the imaging technique for contact parabola and the set of hyperbolic paraboloids which it set forth. The set of plans that may contain the parabolic contact line set is two-parameter. However, in general, the position of those planes is remains unknown. Thus, the task is as follows: find the third point of the plane that intersects the given wrapping cone along the parabola when the two points are given. These two points must belong to the same forming line on the cone. The imaging requires 7 parameters whereas the hyperbolic paraboloid has 8 parameters. That's why with one parabolic contact line and given wrapping cone of the second order one-parameter set of hyperbolic paraboloids could be imaged. The paper shows how to image the contact line if the profile line is given as a parabola, ellipse, or hyperbola. The portion of one hyperbolic paraboloid may imaged when the parameters are aligned and any other bisecant of same perspective line of shape. Two portions of parabola conjugated due to the joint wrapping cone hyperbolic paraboloid imaging is demonstrated.*

Keywords: Contact line; Quadric profile line; Quadric surface; Hyperbolic paraboloid; Computer modeling

References

1. Monge, G. (2013). Descriptive geometry. Classics of science. Moscow: Book on demand, 292.

2. Anpilogova, V., Botvinovska, S., Zolotova, A., Sylimenko, H. (2019). Study of problem on constructing quadrics at the assigned tangent cones. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 5/1 (101), 39–48. DOI:http://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.180859.

3. Inzerillo, Laura, Di Paola. Francesco. (2012). Hyperboloid and paraboloid in orthogonal axonometric. *15th International Conference Geometry and Graphics*, 1-5 August, 2012, Montreal, Canada. [electronic source]. http://toc.proceedings.com/19240webtoc.pdf.

4. Fischer, Thomas, Wortmann, Thomas. (2020). From Geometrically to Algebraically Described Hyperbolic Paraboloids: An optimisation-based analysis of the Philips Pavilion, May 2020 Conference: CAADRIA 2020.

5. Botvinovska, Svitlana, Vasco, Sergey & Sulimenko, Hanna. (2019). Features of computer modeling of objects architecture and design, which include surfaces of rotation of second order. *Management of Development of Complex Systems*, 40, 102–111; dx.doi.org\10.6084/m9.figshare.11969049.

6. Anpilogova, V., Botvinovska, S., Levina, J., Sulimenko, H. (2021). Design properties of hyperbolic paraboloid and their application in computer modeling. *Modern problems of modeling*, 21, 3–15. [electronic source]. http://magazine.mdpu.org.ua/index.php/spm/Article/View/12917/3440. [in Ukrain].

7. Emery, J. Conics. (2015). Quadrics and Projective Space (quadric.tex). Last Edit 9/3/2015. 1–96. URL: http://www.stem2.org/je/quadric.pdf.

8. Korotkiy, V. A. (2018). Construction of a Nine-Point Quadric Surface/ V.A. Korotkiy. *Journal for Geometry and Graphics. Copyright Heldermann Verlag*, 22, 2, 183–193.

9. Sazonov, K. (2012). Computer shaping of conical and cylindrical surfaces on perspective images along outline lines. *Interdepartmental Scientific and Technical Collection «Applied geometry».* Kyiv, KNUCA, 89, 33–38. [in Ukrain].

10. Sulimenko, S. Ju., Anpilogova, V., Levina, J. (2016). Formation of surfaces of the second order of rotation along their lines of outlines. *Modern problems of architecture and urban planning*. Kyiv: KNUBA, 44, 320–325. [in Ukrain].

11. Kheyfets, A. L., Loginovsky, A. N. (2008). 3D-models of ruled surfaces with three rectilinear guides. *Bulletin of South Ural State University. Series:"Construction and Architecture"*, 7, 25, 51–56.

Посилання на публікацію

APA Botvinovska, Svitlana, Levina, Zhanetta & Sulimenko, Hanna. (2021). Imaging of a Hyperbolic Paraboloid with Touching Line with the Parabolal Wrapping Cone. *Management of Development of Complex Systems*, 48, 53–60, dx.doi.org\10.32347/2412-9933.2021.48.53-60.

ДСТУ Ботвіновська С. І., Левіна Ж. Г., Суліменко Г. Г. Побудова гіперболічних параболоїдів, що мають лінію контакту з обгортаючим конусом у вигляді параболи. *Управління розвитком складних систем.* Київ, 2021. № 48. С. 53 – 60, dx.doi.org\10.32347/2412-9933.2021.48.53-60.