

Кривенко Ольга Петрівна

Кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, провідний науковий співробітник НДІ будівельної механіки, orcid.org/0000-0002-1623-9679

Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ

Іванченко Григорій Михайлович

Доктор технічних наук, професор, професор кафедри будівельної механіки, orcid.org/0000-0003-1172-2845

Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ

Ворона Юрій Володимирович

Кандидат технічних наук, доцент, професор кафедри будівельної механіки, orcid.org/0000-0001-8130-7204

Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ

Кара Ірина Дмитрівна

Кандидат технічних наук, доцент кафедри будівельної механіки, orcid.org/0000-0003-4700-997X

Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ

**ГЕОМЕТРИЧНО НЕЛІНІЙНЕ ДЕФОРМУВАННЯ ТА СТІЙКІСТЬ
ГЛАДКИХ І ГРАНОВАНИХ ОБОЛОНОК**

***Анотація.** На практиці використання оболонок криволінійної форми пов'язане зі значними проблемами у процесі їх виготовлення (особливо для металевих конструкцій). Тому при виготовленні таких оболонок криволінійна форма оболонки замінюється на грановану. Реалізація цього способу у процесі проектування потребує проведення додаткових досліджень несучої здатності гранованих оболонок на основі використання відповідного чисельного методу розрахунку. Проблеми розв'язання поставленої задачі в літературі практично не відображені. Злами серединної поверхні суттєво впливають на напружено-деформований стан оболонки. Врахування дії температурних полів у задачах їх стійкості ще більш ускладнює вивчення їхньої поведінки. У роботі проведено порівняльний аналіз результатів досліджень статичних задач нелінійного деформування та стійкості оболонок гладких і гранованих при дії силових навантажень. Задача розв'язується за допомогою використання програмних засобів, що засновані на МСЕ: за методикою, що реалізує моментну схему скінченних елементів, та програмного комплексу ЛІРА. Методика розрахунку за моментною схемою скінченних елементів базується на геометрично нелінійних співвідношеннях тривимірної теорії термопружності без застосування спрощуючих гіпотез теорії оболонок і застосуванні універсального просторового скінченного елемента.*

***Ключові слова:** гладка та гранована оболонка; геометрично нелінійне деформування; стійкість; втрата стійкості; моментна схема скінченних елементів; порівняльний аналіз*

Вступ

Тонкостінні оболонкові конструкції широко використовуються в різних галузях сучасної техніки. У процесі експлуатації вони часто перебувають під дією різноманітних силових і температурних навантажень. При цьому температурні поля можуть суттєво впливати на напружено-деформований стан (НДС) конструкції та бути важливим фактором, від якого залежить її несуча здатність.

На практиці використання гладкої оболонки криволінійної форми пов'язане зі значними проблемами у процесі їх виготовлення (особливо для металевих конструкцій). Тому при виготовленні таких оболонок криволінійна форма оболонки замінюється на

грановану. Реалізація цього способу у процесі проектування потребує проведення додаткових досліджень несучої здатності гранованих оболонок сталої товщини на основі використання відповідного чисельного методу розрахунку. Проблеми розв'язання поставленої задачі в літературі практично не відображені. При цьому наявність зламів серединної поверхні може значно змінити жорсткість тонкої оболонки і суттєво вплинути на її напружено-деформований стан, що необхідно врахувати в розрахунках. Врахування в розрахунках гранованості пологої оболонки, яка пов'язана з технологією її виготовлення, дає змогу підвищити як достовірність отримуваних результатів, так і спрогнозувати поведінку подібних конструкцій у процесі експлуатації.

Різним аспектам розрахунку гнучких оболонкових конструкцій присвячено багато публікацій. Останнім часом кількість робіт за тематикою значно зростає, наприклад [1–18]. Для розв'язання різних задач з дослідження оболонок широко використовуються методи чисельного аналізу, насамперед метод скінченних елементів. Особливо це стосується задач стійкості. Ускладнення геометричної форми, що фактично має місце в кожній реальній оболонковій конструкції, потребує застосування уточнених підходів з позицій тривимірної теорії термопружності і розроблення на цій основі 3D скінченних елементів [2; 3; 5; 6; 8–12]. Саме такий підхід покладено в основу методики, за якою виконані дослідження.

Виклад основного матеріалу

Постановка задачі та метод дослідження

Методика розрахунку за моментною схемою скінченних елементів (МССЕ) [2; 5; 10; 11], що використовується, базується на геометрично нелінійних співвідношеннях тривимірної теорії термопружності без застосування спрощуючих гіпотез теорії оболонок. Застосовано універсальний просторовий скінченний елемент (СЕ). СЕ побудовано відповідно до моментної схеми скінченних елементів, яка розповсюджена на задачі термопружного деформування. Елемент дає змогу моделювати ділянки оболонки як ступінчасто-збільшеної, так і ступінчасто-зменшеної товщини, а також грановані оболонки та оболонки з іншими геометричними особливостями. Нелінійний розв'язок знаходиться комбінованим алгоритмом, який поєднує кроковий метод продовження розв'язку за параметром із ітераційною процедурою Ньютона – Канторовича на кроці навантаження. Метод розрахунку апробовано на широкому класі тонких пружних оболонок неоднорідної структури при дії різних режимів термосилового навантаження [2; 5; 10; 11].

У процесі розрахунків за програмним комплексом (ПК) ЛІРА скінченно-елементна модель оболонки (СЕМО) апроксимувалася двома типами нелінійних оболонкових СЕ сталої товщини. Оболонка в цілості моделювалася трикутним СЕ № 342, а на інших ділянках – чотирикутним СЕ № 344 [14]. Співвідношення для СЕ оболонки отримані на основі теорії пологих оболонок [15]. Застосовано кроковий нелінійний процесор, який забезпечує розв'язок лінеаризованої системи рівнянь нелінійної задачі на кожному кроці приросту вектора вузлових навантажень із врахуванням зміни геометрії конструкції при її деформуванні.

У нелінійному процесорі ПК ЛІРА на кроці навантаження відслідковується вироджуваність

матриці лінеаризованої системи розв'язувальних рівнянь. Точка, в якій ця матриця вироджується, береться за критичну. Подальший розрахунок припиняється, дослідження закритичної поведінки конструкції та аналіз типу особливих точок (критичних і розгалуження) не виконується.

Оцінка впливу на стійкість оболонки заміни криволінійної форми на грановану

У роботі виконано порівняння розв'язків для гранованих оболонок сталої товщини, які отримані при заміні криволінійної форми серединної поверхні гладкої осесиметричної сферичної панелі на грановану. Дослідження виконувалися на прикладі панелей, що жорстко затиснуті вздовж контуру і навантажені рівномірним нормальним тиском інтенсивністю q (рис. 1).

Взято такі дані: вихідна («характерна» або «базова») товщина $h^* = 0.01$ м; стріла підйому $H = 5h^*$; радіус серединної поверхні $R = 1002.5h^*$; радіус опорного контуру $a = 100h^*$; модуль пружності $E = 19.6 \cdot 10^4$ МПа, коефіцієнт Пуассона $\nu = 0.3$. Результати розрахунків подано з використанням безрозмірних параметрів $\bar{q} = q/E \cdot (a/h^*)^4$ та $\bar{u}^i = u^i/h^*$, де u^i – прогин центра панелі в декартовій системі координат x^i .

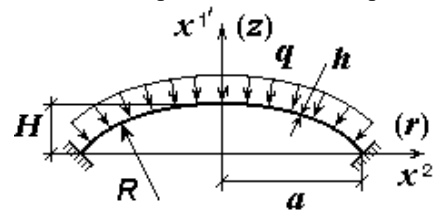


Рисунок 1 – Сферична панель

Заміна гладкої пологої сферичної панелі на грановану виконується в такий спосіб. Криволінійна серединна поверхня панелі (рис. 1) замінюється вписаною в неї гранованою поверхнею (рис. 2), чверть якої складається з 16 плоских граней, що отримані рівномірним поділом 4×4 вздовж радіуса опорного контуру та по колу. Результати розрахунків за МССЕ засвідчили, що для забезпечення необхідної точності для моделювання плоских граней достатньою є сітка 5×5 СЕ, а для всієї розрахункової СЕМО (чверть панелі) – 20×20 СЕ.

У запропонованій технології проектування оболонки в результаті маємо справу тільки з чотирма типовими плоскими конструктивними елементами (гранями), що суттєво спрощує процес виготовлення. Ставиться питання про оцінку впливу на стійкість пологих оболонок заміни криволінійної форми на грановану.

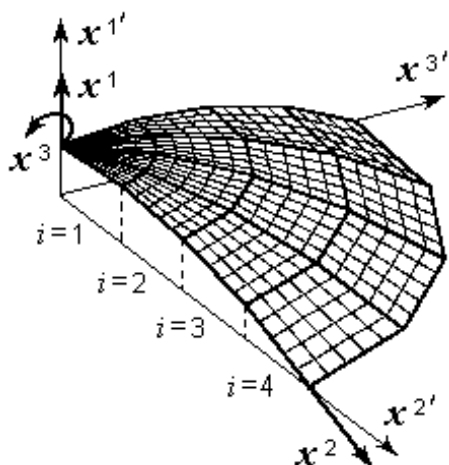


Рисунок 2 – Розрахункова скінченно-елементна сітка гранованої оболонки

Товщини гранованої і гладкої оболонок взяті однаковими. Різниця об'ємів порівнювальної пари оболонок мала – 2.45% (табл. 1). Таким чином досліджується лише вплив зміни форми серединної поверхні при майже тій самій витраті матеріалу. Аналіз результатів показує, що перехід від криволінійної форми до гранованої приводить до підвищення величин критичних навантажень: верхнього на 4.6% та нижнього на 7.4% (при незначному зменшенні об'єму гранованої оболонки). Прогини оболонок змінюються мало. Наприклад, у центрі панелей у критичних точках вони різняться: у верхній на +2.4%, у нижній на -0.9%. Форми втрати стійкості збігаються (рис. 3, де інтенсивності тиску $q = 0$ відповідає вихідна форма панелі). Таким же чином збігаються діаграми «навантаження – прогин у центрі панелі» (рис. 4, де суцільна крива відповідає гранованій панелі, пунктирна – гладкій).

Таблиця 1 - Порівняння несучої здатності гладкої та гранованої оболонок сталої товщини

$V \times 10^5, м^3$	$\frac{q_{кр}^6, м}{u_{кр}^{1^6} \times 10^2, м}$	$\frac{q_{кр}^H, м}{u_{кр}^{1^H} \times 10^2, м}$
Гладка оболонка		
3146	$\frac{0.2261}{-0.6770}$	$\frac{0.0556}{-7.2451}$
Гранована оболонка		
3069	$\frac{0.2365}{-0.6930}$	$\frac{0.0597}{-7.1818}$
$\Delta, \%$		
-2.45	$\frac{+4.6}{+2.4}$	$\frac{+7.4}{+0.9}$

Гладким оболонкам відповідає вісесиметричний напружений стан. Перехід до гранованої оболонкової конструкції, який

характеризується появою нерегулярностей серединної поверхні, призводить до циклічно-симетричного збурення напруженого стану. Якісний перерозподіл напружень практично не привів до зміни величин їх інтенсивностей. У докритичній області та в момент втрати стійкості оболонок, що досліджуються, напруження не перевищують допустимі значення. У закритичній області вони зростають, наближаючись в окремих випадках до граничних значень.

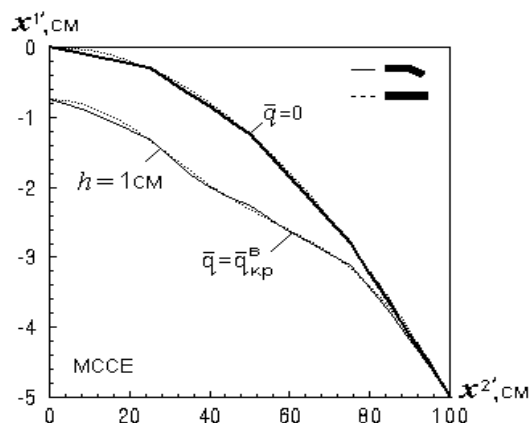


Рисунок 3 – Форма втрати стійкості гранованої та гладкої оболонок

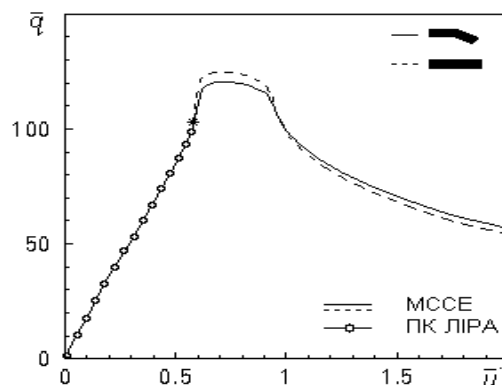


Рисунок 4 – Діаграми «навантаження – прогин»

Порівняння з розв'язками, що отримані за ПК ЛІРА

Точність розв'язків для гладкої та гранованої панелей, що отримувались за МССЕ, порівнювалися з відповідними розв'язками, що визначалися за ПК ЛІРА. На рисунках надано позначки для гладкої “—” і гранованої “—○—” панелей.

Для гладких і гранованих панелей для кривих «навантаження – прогин» спостерігається повний збіг розв'язків у докритичній області, що були обчислені за різними підходами. На діаграмі «навантаження – прогин», що отримана за ПК ЛІРА, зірочкою “*” позначено момент припинення обчислень, що в ПК приймається за момент втрати стійкості оболонки (рис. 4).

Для гладкої панелі за цю точку ПК ЛІРА визначив величину безрозмірного навантаження $\bar{q}^* = 94.9$ (точка можливого розгалуження розв'язку, кінцева точка розрахунку) (табл. 2). За МССЕ для гладкої панелі верхнє критичне навантаження визначено в момент проклацування панелі у верхній критичній точці, безрозмірна величина якого становить $\bar{q}_{кр}^B = 115.3$. При уточненому визначенні точки розгалуження при розрахунках за МССЕ (через внесення збурення у вихідну форму оболонки) отримано величину $\bar{q}^* = 94.4$. Розбіжність з ПК ЛІРА для гладких панелей становить $\Delta = 0.53\%$. Для гладких оболонок маємо повний збіг відповідних форм деформування в точці розгалуження \bar{q}^* (рис. 5).

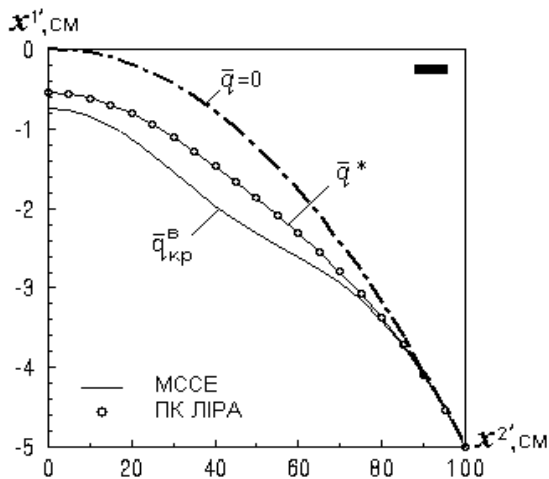


Рисунок 5 – Форми деформування гладкої панелі

Таблиця 2 – Порівняння розв'язків в особливій точці

Розв'язок	Гладка		Гранована	
	\bar{q}^*	$\bar{q}_{кр}^B$	\bar{q}^*	\bar{u}^{1*}
МССЕ	94.4	115.3	101.0	0.5797
ПК ЛІРА	94.9	115.3	103.0	0.6000
$\Delta, \%$	0.53		1.98	3.50

Для гранованих панелей також спостерігається задовільний збіг розв'язків у докритичній області деформування (рис. 4, табл. 2). Розбіжність розв'язків у точці розгалуження становить за навантаженням – 1.98%, за прогинами в центрі оболонки 3.5%. В обох випадках отримано незначне підвищення жорсткості гранованої панелі відносно гладкої. Відповідні форми деформування гранованих оболонок наведено на рис. 6.

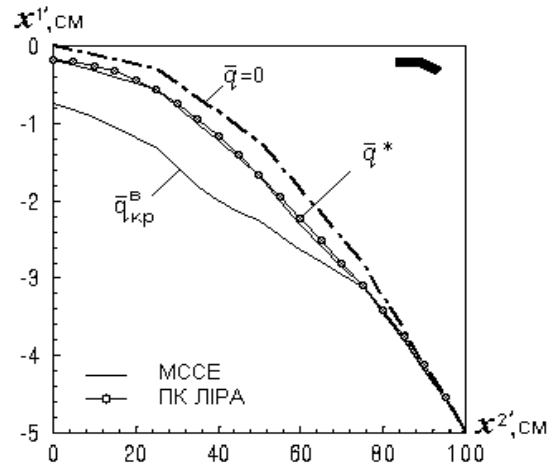


Рисунок 6 – Форми деформування гранованої панелі

Висновки

Проведені дослідження стійкості довели можливість виконання на практиці заміни для пологої оболонки її криволінійної форми на грановану без зменшення (а фактично з невеликим збільшенням) її несучої здатності при практично незмінному об'ємі. Показано, що для пологих панелей грановані оболонки, які на практиці простіші при виготовленні, мають трохи більшу несучу здатність порівняно з гладкими тієї ж товщини. Наведені розв'язки за МССЕ підтверджуються розв'язками за ПК ЛІРА. Для гладких і гранованих оболонок отримано задовільний збіг відповідних розв'язків щодо нелінійного деформування та втрати стійкості.

Список літератури

1. Reddy J. N. Theory and Analysis of Elastic Plates and Shells. Second Edition. CRC Press. 2006. 568 p.
2. Голованов А. И., Тюленева О. Н., Шигабутдинов А. Ф. Метод конечных элементов в статике и динамике тонкостенных конструкций. Москва: ФИЗМАТЛИТ. 2006. 392 с.
3. Баженов В. А., Кривенко О. П., Соловей М. О. Нелінійне деформування та стійкість пружних оболонок неоднорідної структури: приєднання до руху відкритого доступу. Київ: ЗАТ «Віпол». 2010. 316 с.
4. Chapelle D., Bathe K. J. The finite element analysis of shells – Fundamentals. Series: Computational fluid and solid mechanics. Berlin; Heidelberg: Springer. 2011. 410 p.
5. Bazhenov V. A., Solovoi N. A., Krivenko O. P. Modeling of Nonlinear Deformation and Buckling of Elastic Inhomogeneous Shells // *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected*. К.: KNUBA. 2014. Issue 92. P. 121–147.

6. Якупов С. Н., Киямов И. Х. Анализ НДС сферических оболочек трехмерными элементами. *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2014. № 2. С. 76–80.
7. Hutchinson J. W., Thompson J. M. T. Nonlinear Buckling Interaction for Spherical Shells Subject to Pressure and Probing Forces. *J. Appl. Mech.* 2017. 84 (6). 061001.
8. Podvornyi A. V., Semenyuk N. P., Trach V. M. Stability of Inhomogeneous Cylindrical Shells Under Distributed External Pressure in a Three-Dimensional Statement. *Int. Appl. Mech.* 2017. 53. P.623–638.
9. Shariyat M., Behzad H., Shaterzadeh A. R. 3D thermomechanical buckling analysis of perforated annular sector plates with multi-axial material heterogeneities based on curved B-spline elements. *Composite Structures*. 2018. Volume 188. P. 89–103.
10. Bazhenov V. A., Krivenko O. P. Buckling and Natural Vibrations of Thin Elastic Inhomogeneous Shells. Saarbrücken, Deutschland: LAP LAMBERT Academic Publishing. 2018. 97 p. ISBN: 978-613-9-85790-6
11. Баженов В. А., Кривенко О. П. Стійкість і коливання пружних неоднорідних оболонок при термосилових навантаженнях. К.: «Каравела». 2020. 187 с. ISBN: 978-966-8019-85-2
12. Cinefra M. Formulation of 3D finite elements using curvilinear coordinates. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*. 2020. P. 1–10.
13. Gureeva N. A., Klochkov Yu. V., Nikolaev A. P., Yushkin V. N. Stress-strain state of shell of revolution analysis by using various formulations of three-dimensional finite elements. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020. 16(5). P. 361–379.
14. Стрелец-Стрелецкий Е. Б., Боговис В. Е., Гензерский Ю. В., Гераймович Ю. Д., Марченко Д. В., Титок В. П. ЛИРА 9.4. Руководство пользователя. Основы: учеб. пособие. Киев: Факт. 2008. 164 с.
15. Городецкий А. С., Евзеров И. Д. Компьютерные модели конструкций. Киев: Факт. 2007. 394 с.

Стаття надійшла до редколегії 23.11.2021

Krivenko Olga

PhD (Eng.), Senior Researcher, Leading Researcher of the Research Institute of Structural Mechanics, orcid.org/0000-0002-1623-9679

Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv

Ivanchenko Grygorii

DSc (Eng.), Professor, Professor of the Department of Structural Mechanic, orcid.org/0000-0003-1172-2845

Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv

Vorona Yurii

PhD (Eng.), Associate Professor, Professor of the Department of Structural Mechanic, orcid.org/0000-0001-8130-7204

Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv

Kara Iryna

PhD (Eng.), Associate Professor of the Department of Structural Mechanic, orcid.org/0000-0003-4700-997X

Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv

GEOMETRICALLY NONLINEAR DEFORMATION AND BUCKLING OF SMOOTH AND FACETED SHELLS

Abstract. *Practical using of curvilinear shape shells is related with significant problems during their production especially for metal structures. Therefore during such shells production curvilinear shape is replaced by faceted. Realization of this method when designing needs additional investigations performing of faceted shells bearing capacity on the basis of appropriate numerical calculation method using. Problems of solving such tasks are practically not displayed in the literature. Break-in of the middle surface affect significantly to the shell stress-strain state. Accounting of temperature fields' influence in the problems of their stability complicates their behavior research even more. In this paper the research results comparing analysis of static problems about smooth and faceted shells nonlinear deformation and stability under mechanical loads is presented. The problem is solving with using of software that are based on the finite element method: by method that realized the moment finite-element scheme and using software package LIRA. The solving method that used the moment finite-element scheme is based on the geometrically nonlinear equations of the 3D theory of thermoelasticity without application of theory of shells simplifying hypothesis and on the applications of the universal three-dimensional solid finite element.*

Keywords: *smooth and faceted shell, geometrically nonlinear deformation; stability; buckling; moment finite-element scheme; comparing analysis*

References

1. Reddy, J. N. (2006). Theory and Analysis of Elastic Plates and Shells, Second Edition. CRC Press, 568.
2. Golovanov, A. I., Tyuleneva, O. N., Shigabutdinov, A. F. (2006). Finite element method in statics and dynamics of thin-walled structures. Moscow: FIZMATLIT, 392. [in Russian]
3. Bazhenov, V. A., Krivenko, O. P., Solovei, N. A. (2010). Nonlinear Deformation and Stability of Elastic Inhomogeneous Structure Shells: joining to open access movement. Kyiv: Vipol, 316. [in Ukrainian]
4. Chapelle, D., Bathe, K. J. (2011). The finite element analysis of shells – Fundamentals. Series: Computational fluid and solid mechanics. Berlin; Heidelberg: Springer, 410.
5. Bazhenov, V. A., Solovei, N. A., Krivenko, O. P. (2014). Modeling of Nonlinear Deformation and Buckling of Elastic Inhomogeneous Shells. *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected*, 92, 121–147. [in Ukrainian]
6. Yakupov, S. N., Kiyamov, I. Kh. (2014). SSS analysis of spherical shells by three-dimensional elements. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 2, 76-80. [in Russian]
7. Hutchinson, J. W., Thompson, J. M. T. (2017). Nonlinear Buckling Interaction for Spherical Shells Subject to Pressure and Probing Forces. *J. Appl. Mech*, 84(6), 061001.
8. Podvornyi, A. V., Semenyuk, N. P., Trach, V. M. (2017). Stability of Inhomogeneous Cylindrical Shells Under Distributed External Pressure in a Three-Dimensional Statement. *Int. Appl. Mech*, 53, 623–638.
9. Shariyat, M., Behzad, H., Shaterzadeh, A. R. (2018). 3D thermomechanical buckling analysis of perforated annular sector plates with multiaxial material heterogeneities based on curved B-spline elements. *Composite Structures*, 188, 89–103.
10. Bazhenov, V. A., Krivenko, O. P. (2018). Buckling and Natural Vibrations of Thin Elastic Inhomogeneous Shells. Saarbruken, Deutschland: LAP LAMBERT Academic Publishing, 97. ISBN: 978-613-9-85790-6
11. Bazhenov, V. A., Krivenko, O. P. (2020). Stability and Vibrations of Elastic Inhomogeneous Shells Under Thermomechanical Loads. Kyiv: Caravela, 187. ISBN: 978-966-8019-85-2 [in Ukrainian]
12. Cinefra, M. (2020). Formulation of 3D finite elements using curvilinear coordinates. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 1-10.
13. Gureeva, N. A., Klochkov, Yu. V., Nikolaev, A. P., Yushkin, V. N. (2020). Stress-strain state of shell of revolution analysis by using various formulations of three-dimensional finite elements. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 16(5), 361–379.
14. Strelec-Streleckiy, E. B., Bogovis, V. E., Genzerskiy, Yu. V., Geraymovych, Yu. D., Marchenko, D. V., Titok, V. P. (2008). LIRA 9.4. User Guide. Basis. Textbook. Kyiv: Fact, 164. [in Russian]
15. Gorodecniy, A. S., Evzerov, I. D. (2007). Computer models of Structures. Kyiv: Fact, 394. [in Russian].

Посилання на публікацію

- APA Krivenko, Olga, Ivanchenko, Grygorii, Vorona, Yurii & Kara, Iryna. (2021). Geometric Nonlinear Deformation and Stability of Smooth and Faceted Shells. *Management of Development of Complex Systems*, 48, 69–74, dx.doi.org/10.32347/2412-9933.2021.48.69-74.
- ДСТУ Кривенко О. П., Іванченко Г. М., Ворона Ю. В., Кара І. Д. Геометрично нелінійне деформування та стійкість гладких і гранованих оболонок. *Управління розвитком складних систем*. Київ, 2021. № 48. С. 69 – 74, dx.doi.org/10.32347/2412-9933.2021.48.69-74.