

DOI: 10.32347/2412-9933.2022.50.115-121

УДК 631.312:514.18

Воліна Тетяна Миколаївна

Кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри нарисної геометрії, комп'ютерної графіки та дизайну,
<https://orcid.org/0000-0001-8610-2208>

Національний університет біоресурсів і природокористування України, Київ

Пилипака Сергій Федорович

Доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри нарисної геометрії, комп'ютерної графіки та дизайну,
<https://orcid.org/0000-0002-1496-4615>

Національний університет біоресурсів і природокористування України, Київ

Захарова Ірина Олександрівна

Кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри менеджменту освіти та педагогіки вищої школи,
<https://orcid.org/0000-0002-9693-5550>

Сумський державний педагогічний університет імені М. С. Макаренка, Суми

ПЕРЕМІЩЕННЯ ЧАСТИНКИ ОБЕРТОВИМ ВЕРТИКАЛЬНИМ ШНЕКОМ, ОБМЕЖЕНИМ КОЖУХОМ

Анотація. Під час виконання різноманітних технологічних операцій різних сфер промисловості та виробництва робочі органи машин і знарядь взаємодіють з частинками технологічного матеріалу. При цьому геометрично форма поверхні робочих органів визначає характер руху частинок по ній. Частинки технологічного матеріалу при цьому розглядаються як матеріальні точки, що є допустимим з урахуванням їх незначних розмірів. У такому разі не враховуються сили інерції від обертання матеріалу, в результаті чого отримані аналітичні залежності його руху є дещо наближеними, проте можуть бути певною мірою перенесені на матеріал і визначають напрям подальших досліджень. Доволі поширеним способом транспортування технологічного матеріалу є застосування шнеків – криволінійної лопатки у вигляді смуги гвинтового коноїда. Зазвичай застосовується рухомий шнек, обмежений нерухомим співвісним циліндричним кожухом. У статті ж досліджено рух частинки всередині конструкції, яка складає єдине ціле із циліндра і співвісної смуги гвинтового коноїда, і яка обертається навколо спільної вертикальної осі. Складено диференціальні рівняння відносного переміщення частинки по периферії шнека. Розглянуто окремих випадок, коли поверхні нерухомі. Зроблено якісний аналіз отриманих рівнянь і на основі цього знайдені закономірності руху частинки вздовж гвинтової лінії – кривої перетину шнека із циліндром. Визначено конструктивні і кінематичні параметри, при яких частинка рухається вгору при ковзанні по гвинтовій лінії, або опускається вниз. Встановлено, що якщо кут підйому кривої перетину обмежуючого циліндра з поверхнею шнека менше або дорівнює куту тертя частинки по ньому, то рух частинки в обох напрямках унеможливується. Це стосується як рухомих, так і стаціонарних поверхонь. У статті побудовано відносні і абсолютні траєкторії руху частинки.

Ключові слова: частинка; відносний і абсолютний рух; шнек; співвісний циліндр; кутова швидкість; диференціальні рівняння; траєкторія

Вступ

Для впорядкованого руху частинок по поверхні обертання, яка здійснює обертальний рух навколо вертикальної осі, застосовують лопатки. Якщо взяти конус без лопаток, який обертається навколо своєї вертикальної осі, то частинка буде по ньому ковзати, піднімаючись одночасно вгору. За цим принципом працюють соковижималки, у яких конус використовується в ролі сита [1]. Якщо ж частинку потрібно розігнати і надати потрібний напрямок її сходження із конуса, застосовують плоскі

вертикальні лопатки. За цим принципом працюють розсіювальні апарати відцентрового типу (рис. 1, а) [2]. Траєкторією відносного руху частинки в цьому випадку є пряма – лінія перетину конуса і лопатки.

Крім того, існують соковижималки із циліндричним ситом [3], однак подрібнені частинки після відтискання соку потрібно видаляти вручну, оскільки вони не піднімаються вгору. Можливим варіантом підйому частинки є застосування криволінійної лопатки у вигляді смуги гвинтового коноїда – шнека (рис. 1, б). Підйом технологічного матеріалу шнеками всередині циліндричного кожуха широко застосовується в різних механізмах, однак

циліндричний кожух при цьому є нерухомим. У зв'язку з цим постає питання дослідження руху частинки всередині конструкції, яка складає єдине ціле із циліндра і співвісної смуги гвинтового коноїда, і яка обертається навколо спільної вертикальної осі.

Крім того, відомо, що рух технологічного матеріалу по поверхні залежить від форми цієї поверхні. Щоб точно описати рух матеріалу по поверхні, необхідно врахувати сили інерції від його обертання, що зробити надзвичайно важко. Тому в багатьох випадках цими силами нехтують при малих розмірах тіла або незначній кутовій швидкості його обертання [4]. Слід зазначити, що частинки матеріалу, які контактують з поверхнею, можуть мати різне походження: частинки в рухомому потоці, механічні частинки, частинки рідини або газу [5; 6]. Рух частинок, які контактують з рухомими спіральними робочими органами, розглянуто в роботах [7; 8]. Крім того, в роботі [9] досліджено рух частинок на поверхні вертикального гелікоїда, що здійснює обертальний рух. У багатьох випадках для спрощення розрахунків прийнято розглядати тіло як матеріальну частинку. Найбільш наближеними до теми дослідження є статті [10; 11]. У першій статті [10] розглядається рух частинки по жолобу у вигляді гвинтової поверхні під дією власної ваги. У статті [11] – транспортування сипкого матеріалу на прикладі окремої частинки всередині вертикального нерухомого циліндра за допомогою шнека, що обертається в цьому циліндрі.

Мета статті

Мета – дослідити закономірності руху матеріальних частинок всередині вертикальної конструкції, яка складає єдине ціле із циліндра і співвісної смуги гвинтового коноїда, і яка обертається навколо спільної вертикальної осі.

Виклад основного матеріалу дослідження

У праці [12] показано, що при русі частинки під дією власної ваги по поверхні нерухомого вертикального гвинтового коноїда вона віддаляється від його осі. Це відбувається через те, що частинка рухається по криволінійній траєкторії, внаслідок чого виникає відцентрова сила, яка спричинює рух частинки на периферію. Отже, частинка зустрінеться із поверхнею циліндра. Спільною лінією коноїда і циліндра (тобто лінією їх перетину) буде гвинтова лінія (на рис. 1, в показана потовщеною). Частинка буде ковзати по цій гвинтовій лінії, маючи одночасний контакт із поверхнею коноїда (шнека) і циліндра. Складання математичної моделі руху частинки почнемо із запису параметричних рівнянь гвинтової лінії – траєкторії відносного руху

частинки. Зважаючи на те, що за відсутності обертання поверхонь частинка може рухатися вниз під дією сили власної ваги запишемо параметричні рівняння гвинтової лінії, напрям побудови якої відповідає напрямку спуску частинки:

$$\begin{aligned} x &= R \cos \alpha; \\ y &= R \sin \alpha; \\ z &= -R \operatorname{tg} \beta, \end{aligned} \quad (1)$$

де R – радіус обмежуючого циліндра (стала величина); β – кут підйому гвинтової лінії (стала величина); α – кут повороту точки гвинтової лінії навколо її осі (незалежна змінна).

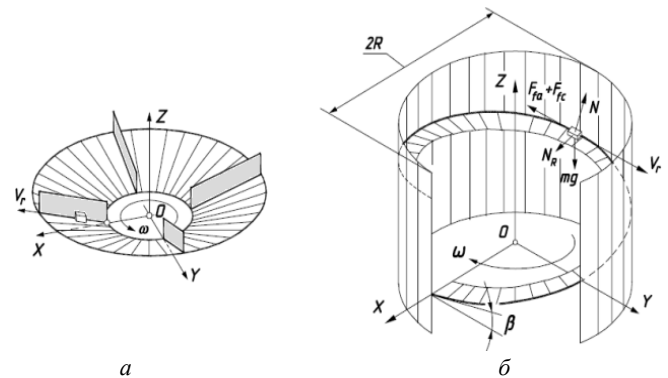


Рисунок 1 – Конструкції апаратів для транспортування частинки, що складаються з поєднання двох поверхонь: а – конічна поверхня з плоскими вертикальними лопатками; б – циліндрична поверхня з криволінійною лопаткою у вигляді смуги гвинтового коноїда

При русі частинки по гвинтовій лінії (1) виникають сили реакції N і N_R , спрямовані по нормалі до коноїда і циліндра (рис. 1, б). Щоб знати напрямом цих нормалей, потрібно мати рівняння цих поверхонь.

Поверхня шнека утворена множиною прямолінійних твірних, паралельних до горизонтальної площини, один кінець яких проходить через гвинтову лінію (1), а другий спрямований до осі шнека. Виходячи зі способу утворення шнека, запишемо його параметричні рівняння:

$$\begin{aligned} X &= (R - u) \cos \alpha; \\ Y &= (R - u) \sin \alpha; \\ Z &= -R \operatorname{tg} \beta, \end{aligned} \quad (2)$$

де u – довжина прямолінійної твірної шнека – друга незалежна змінна поверхні.

Відлік довжини твірної починається від гвинтової лінії. При $u=0$ отримаємо параметричні рівняння гвинтової лінії (1). Щоб рівняння поверхні відрізнялися від рівнянь лінії, будемо позначати їх строчними літерами для лінії і прописними для поверхні.

Вертикальний шнек обертається навколо своєї осі з кутовою швидкістю ω . Частинка знаходиться на гвинтовій лінії (1) і одночасно перебуває в контакті з рухомими поверхнями шнека і циліндра (рис. 1, б). До неї прикладені такі сили: сила ваги mg (m – маса частинки, $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ – прискорення вільного падіння); реакція N коноїда, спрямована вздовж нормалі до його поверхні; реакція N_R , спрямована вздовж нормалі до поверхні циліндра та сила тертя F_f (рис. 1, б). Припустимо, що при $\omega = 0$ і при достатній величині кута β частинка ковзає вниз, тоді сили тертя по поверхні шнека F_{fa} і по поверхні циліндра F_{fc} спрямовані в протилежний бік напрямку ковзання V_R (рис. 1, б). Вектори цих сил будуть дотичними до траєкторії відносного руху (гвинтової лінії, по якій частинка ковзає), тобто $F_f = F_{fa} + F_{fc}$.

Складемо рівняння руху у вигляді $m\bar{a} = \bar{F}$, де m – маса частинки, \bar{a} – вектор абсолютного прискорення, \bar{F} – результуючий вектор прикладених до частинки сил, які ми перерахували. Векторне рівняння розпишемо в проекціях на осі координат $OXYZ$.

Якщо в рівняннях (1) приймемо змінну α залежною від часу t , тобто $\alpha = \alpha(t)$, то ця внутрішня залежність задаватиме закон ковзання частинки по гвинтовій лінії, тобто закон відносного руху. Отже, за цієї умови рівняння (1) є рівняннями відносного руху.

Шнек із циліндром обертаються навколо своєї осі з кутовою швидкістю ω . За час t вони повернуться на кут $\alpha_a = -\omega t$ і перемістяться по гвинтовій лінії на певну відстань згідно рівнянь (1). Напрямок обертання шнека із циліндром вибираються так, щоб частинка при ковзанні по гвинтовій лінії могла в абсолютному русі підніматися вгору. Повернемо гвинтову лінію (1) навколо осі OZ на кут $\alpha_a = -\omega t$ за відомими формулами повороту:

$$\begin{aligned}x_a &= R \cos \alpha \cos(-\omega t) - R \sin \alpha \sin(-\omega t) = \\&= R \cos(\omega t - \alpha); \\y_a &= R \cos \alpha \sin(-\omega t) + R \sin \alpha \cos(-\omega t) = \\&= -R \sin(\omega t - \alpha); \\z_a &= -R \alpha t \operatorname{tg} \beta.\end{aligned} \quad (3)$$

Параметричні рівняння (3) враховують два повороти: на кут $\alpha = \alpha(t)$ у відносному русі і на кут $\alpha_a = -\omega t$ у переносному русі, отже, вони є рівняннями абсолютного руху частинки.

Диференціюємо рівняння (3) по часу t і отримуємо проекції вектора абсолютної швидкості:

$$\begin{aligned}x'_a &= -R(\omega - \alpha') \sin(\omega t - \alpha); \\y'_a &= -R(\omega - \alpha') \cos(\omega t - \alpha); \\z'_a &= -R\alpha' \operatorname{tg} \beta.\end{aligned} \quad (4)$$

Диференціюванням рівнянь (4) отримуємо проекції абсолютного прискорення w частинки:

$$\begin{aligned}x''_a &= R\alpha'' \sin(\omega t - \alpha) - \\&- R(\omega - \alpha')^2 \cos(\omega t - \alpha); \\y''_a &= R\alpha'' \cos(\omega t - \alpha) + \\&+ R(\omega - \alpha')^2 \sin(\omega t - \alpha); \\z''_a &= -R\alpha'' \operatorname{tg} \beta.\end{aligned} \quad (5)$$

Щоб розписати векторне рівняння $m\bar{a} = \bar{F}$ у проекціях на осі системи координат $OXYZ$, потрібно визначити напрямок дії сил $F_{fa} + F_{fc}$ (рис. 1, б). Вони спрямовані в протилежний бік вектора відносної швидкості V_R . Проекції цього вектора визначимо диференціюванням рівнянь (1):

$$\begin{aligned}x' &= -R\alpha' \sin \alpha; \quad y' = R\alpha' \cos \alpha; \\z' &= -R\alpha' \operatorname{tg} \beta.\end{aligned} \quad (6)$$

Визнаємо величину відносної швидкості V_R руху частинки:

$$V_R = \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2} = \frac{R\alpha'}{\cos \beta}. \quad (7)$$

Проекції одиничного напрямного вектора відносної швидкості розрахуємо діленням проекцій (6) цієї швидкості на її абсолютну величину (7):

$$\begin{aligned}V_{Rx} &= -\cos \beta \sin \alpha; \\V_{Ry} &= \cos \beta \cos \alpha; \\V_{Rz} &= -\sin \beta.\end{aligned} \quad (8)$$

Проекції вектора (7) записані без врахування обертального руху гвинтової лінії. Всі сили проєціюємо на нерухому систему координат $OXYZ$. Для того щоб сила $F_{fa} + F_{fc}$ була прикладена в точці знаходження частинки, проекції (8) потрібно повернути на кут $(-\omega t)$ навколо осі Oz . Після цього вони набувають вигляду:

$$\left\{ \begin{aligned} &\cos \beta \sin(\omega t - \alpha); \\ &\cos \beta \cos(\omega t - \alpha); \\ &-\sin \beta \end{aligned} \right\}. \quad (9)$$

Знайдемо напрям дії сил реакції поверхонь шнека і циліндра.

Напрямок нормалі до поверхні визначається векторним добутком двох векторів, що проходять через точку на поверхні (точка, де знаходиться частинка) і дотичних до координатних ліній, які проходять через цю точку. Знайдемо вектор нормалі до поверхні шнека. Вектори, дотичні до координатних ліній поверхні, є частинними похідними рівнянь (2) шнека:

$$\begin{aligned}\frac{\partial X}{\partial \alpha} &= -(R - u) \sin \alpha; \quad \frac{\partial X}{\partial u} = -\cos \alpha; \\ \frac{\partial Y}{\partial \alpha} &= (R - u) \cos \alpha; \quad \frac{\partial Y}{\partial u} = -\sin \alpha; \\ \frac{\partial Z}{\partial \alpha} &= -R \operatorname{tg} \beta; \quad \frac{\partial Z}{\partial u} = 0.\end{aligned} \quad (10)$$

Визначаємо векторний добуток векторів (10):

$$\begin{pmatrix} X & Y & Z \\ -(R-u) \sin \alpha & (R-u) \cos \alpha & -R \operatorname{tg} \beta \\ -\cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \end{pmatrix} = \quad (11)$$

$$= \{R \operatorname{tg} \beta \sin \alpha; R \operatorname{tg} \beta \cos \alpha; R-u\}.$$

Вектор нормалі (11) не є одиничним. Його положення на поверхні визначається двома внутрішніми координатами: u і α . Нам потрібно знати нормаль до поверхні шнека на гвинтовій лінії в місці перебування частинки, тобто при $u = 0$. Підставимо у вираз вектора (11) $u = 0$ і зведемо його до одиничного:

$$\{-\sin \beta \sin \alpha; \sin \beta \cos \alpha; \cos \beta\}. \quad (12)$$

Аналогічно можна знайти нормаль до циліндричного кожуха. Проте її проєкції можна визначити значно простіше. Із рис. 1, б видно, що нормаль до циліндра паралельна горизонтальній площині і спрямована до його осі. Запишемо готовий результат:

$$\{-\cos \alpha; -\sin \alpha; 0\}. \quad (13)$$

У силу зазначених причин повернемо одиничні вектори (12), (13) на кут $(-\omega t)$. Після цього одиничний вектор нормалі до поверхні шнека в точці розташування частинки запишемо:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin \beta \sin(\omega t - \alpha); \\ \sin \beta \cos(\omega t - \alpha); \\ \cos \beta \end{array} \right\}. \quad (14)$$

Одиничний вектор нормалі до циліндричного кожуха (13) після повороту на кут $(-\omega t)$ набуде вигляду:

$$\{-\cos(\omega t - \alpha); \sin(\omega t - \alpha); 0\}. \quad (15)$$

Напрямки дії прикладених сил визначено: для сили тертя $F_{fa} + F_{fc}$ – одиничним вектором (8), взятим із протилежним знаком; реакцій поверхонь N шнека і N_R циліндричного кожуха – одиничними векторами (14) і (15) відповідно. Остання сила – сила ваги частинки mg – спрямована вниз, а отже, одиничний вектор задається проєкціями:

$$\{0; 0; -1\}. \quad (16)$$

Величина сил тертя F_{fa} і F_{fc} визначається через величину реакції поверхні і відповідний коефіцієнт тертя: $F_{fa} = fN$, $F_{fc} = f_R N_R$, де f і f_R – коефіцієнти тертя частинки по поверхні шнека і циліндричного кожуха відповідно. Отже, сила тертя $F_f = F_{fa} + F_{fc} = f_R N_R + fN$.

Розпишемо векторне рівняння $m\bar{a} = \bar{F}$ у проєкціях на осі системи координат $OXYZ$ із врахуванням напрямків (9), (14), (15), (16) і діючих відповідних сил $F_f = f_R N_R + fN$, N , N_R і сили ваги mg :

$$\begin{aligned} mx_a'' &= -(f_R N_R + fN) \cos \beta \sin(\omega t - \alpha) + \\ &+ N \sin \beta \sin(\omega t - \alpha) - N_R \cos(\omega t - \alpha); \\ my_a'' &= -(f_R N_R + fN) \cos \beta \cos(\omega t - \alpha) + \\ &+ N \sin \beta \cos(\omega t - \alpha) + N_R \sin(\omega t - \alpha); \\ mz_a'' &= (f_R N_R + fN) \sin \beta + N \cos \beta - mg. \end{aligned} \quad (17)$$

Підставимо в (17) вирази абсолютного прискорення із (5) і отримаємо систему трьох диференціальних рівнянь із трьома невідомими функціями: $\alpha = \alpha(t)$, $N = N(t)$ і $N_R = N_R(t)$. Розв'яжемо систему відносно α'' , N , N_R :

$$\alpha'' = \frac{g \cos \beta}{R} (\sin \beta - f \cos \beta) - f_R (\omega - \alpha')^2 \cos \beta. \quad (18)$$

$$N = m \cos \beta. \quad (19)$$

$$N_R = mR(\omega - \alpha')^2. \quad (20)$$

Диференціальне рівняння (18) не залежить від (19) і (20), тому може бути розв'язане окремо, після чого можна знайти реакції (19) і (20). Рівняння (18) має аналітичний розв'язок, проте і без розв'язку можна зробити деякі важливі висновки на основі його якісного аналізу. Можна припустити, що з часом рух частинки стабілізується, отже, кутова швидкість ковзання α' буде сталою, а прискорення $\alpha'' = 0$. Підставляємо у (18) $\alpha'' = 0$ і після розв'язування відносно α' отримаємо:

$$\alpha' = \omega \pm \sqrt{\frac{g}{R f_R} (\sin \beta - f \cos \beta)}. \quad (21)$$

Якщо поверхні є нерухомими, тобто $\omega = 0$, то ковзання частинки можливе, за умови, що підкореневий вираз більший нуля. Він стає рівним нулеві при $f = \operatorname{tg} \beta$. Це означає, що кут підйому гвинтової лінії дорівнює куту тертя частинки по поверхні коноїда. При куті β , меншому від кута тертя, частинка не ковзає по поверхнях як нерухомих, так і рухомих. При обертанні поверхонь із кутовою швидкістю ω вона притискається під дією відцентрової сили до циліндра і обертається разом із ним, тобто «залипає». Переламний момент настає, коли кут β буде більший від кута тертя. У цьому випадку частинка буде рухатися по нерухомих поверхнях вниз із кутовою швидкістю, величина якої визначається коренем квадратним виразу (21). Якщо поверхням надати кутової швидкості ω , то кутова швидкість відносного руху α' частинки буде визначатися формулою (21) зі знаком « \leftarrow » перед коренем, тобто різницею між кутовою швидкістю обертання поверхонь і кутовою швидкістю ковзання частинки по нерухомих поверхнях. Позначимо

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g(\sin \beta - f \cos \beta)}{R f_R}} \quad \text{і після цього запишемо:}$$

$\alpha' = -\omega_0$, де ω_0 – швидкість ковзання частинки по нерухомих поверхнях. При $\omega < \omega_0$ α' матиме від'ємне значення і частинка опускатиметься вниз. Зі збільшенням кутової швидкості ω обертання поверхонь швидкість опускання буде зменшуватися. Коли кутові швидкості стануть рівними ($\omega = \omega_0$), то частинка «зависне». При подальшому зростанні кутової швидкості ω (тобто при $\omega > \omega_0$) частинка буде підніматися, причому швидкість підйому буде прямо пропорційна різниці $\omega - \omega_0$. Отже, транспортування частинки вгору неможливе за трьох умов: 1) кут β підйому гвинтової лінії менший кута тертя – частинка «залипає»; 2) кут β більший кута тертя, $\omega < \omega_0$ частинка опускається; 3) кут β більший кута тертя, $\omega = \omega_0$ – частинка «зависає», тобто кутові швидкості обертання поверхонь і ковзання частинки рівні за величиною і протилежні за знаком і абсолютна швидкість обертання дорівнює нулю.

Звернемо увагу на деякі відмінності руху частинки по похилій площині і по описаних поверхнях, коли $f = \tan \beta$, тобто кут нахилу площини і кут підйому гвинтової лінії дорівнюють кутові тертя. У такому випадку частинка буде рухатися по площині зі сталою швидкістю V_R , величина якої задається на початку руху. На нерухомих поверхнях частинка рухатися не буде, оскільки виникає відцентрова сила, яка спричинює появу сили тертя. Однак, якщо поверхню циліндра зробити абсолютно гладенькою (тобто $f_R = 0$), то згідно диференціальному рівнянню (18) рух частинки по поверхнях теж можливий із заданою сталою швидкістю V_R . Якщо $f_R \neq 0$, то частинка на нерухомій поверхні залишатиметься в спокої, а якщо надати їй початкової швидкості V_R , то з часом вона зупиниться. Якщо ж надати поверхням кутової швидкості обертання ω , то частинка може бути або в режимі «залипання», або в режимі «зависання». Режим «залипання» відповідає початковій швидкості $V_R = 0$. Режим «зависання» відповідає такій початковій швидкості V_R , яка забезпечить кутову швидкість ковзання частинки, рівну кутовій швидкості обертання поверхонь. Тоді абсолютна кутова швидкість обертання частинки дорівнює нулю і згідно (20) реакція N_R циліндра відсутня, отже, відсутня і відповідна сила тертя в рівнянні (18).

Як уже зазначалося, випадок ($\omega = \omega_0$) є граничним між опусканням і підніманням частинки, причому при $\omega < \omega_0$ частинка опускається, при $\omega > \omega_0$ частинка піднімається. При $\omega = \omega_0$ висота знаходження частинки не змінюється, причому вона може бути як в режимі «залипання», так і в режимі «зависання».

За рівняннями (1) і (3) побудуємо відносну і абсолютну траєкторії руху частинки. Нехай коефіцієнт тертя $f = 0,3$. Йому відповідає кут тертя $\beta = \arctan f = 16,7^\circ$. Для того щоб не було залипання,

кут підйому гвинтової лінії має бути більший кута тертя. Візьмемо $\beta = 20^\circ$. При $R = 0,1$ м, $f_R = 0,3$ визначимо: $\omega_0 = \sqrt{\frac{g(\sin \beta - f \cos \beta)}{R f_R}} = 4,43$ с⁻¹. Це кутова швидкість опускання частинки по нерухомих поверхнях ($\omega = 0$). Відносна і абсолютна траєкторії збігаються (рис. 2, а).

На рис. 2, б побудовано відносну і абсолютну траєкторії при $\omega = 2$ с⁻¹. Частинка опускається вниз, але швидкість опускання зменшилася. При $\omega = \omega_0$ руху частинки у вертикальному напрямі взагалі не буде. На рис. 2, в побудовано відносну і абсолютну траєкторії при $\omega = 10$ с⁻¹. Частинка піднімається вгору, причому зі збільшенням ω швидкість підйому пропорційно зростає.

На рис. 2, г побудовано відносну і абсолютну траєкторії при попередніх параметрах і зменшеному коефіцієнті $f_R = 0,2$. Швидкість підйому частинки зменшилася, оскільки змінилося значення ω_0 . При подальшому зменшенні f_R підйом може змінитися на опускання, а при $f_R = 0$ частинка буде опускатися вниз рівноприскорено.

Реакція поверхні шнека (19) і циліндра (20) є сталими. Підставивши в (20) $\alpha' = \omega - \omega_0$, отримаємо: $N_R = mR\omega_0^2$. Отже, величина реакції циліндра не залежить від кутової швидкості його обертання, а визначається кутовою швидкістю ковзання частинки по нерухомих поверхнях.

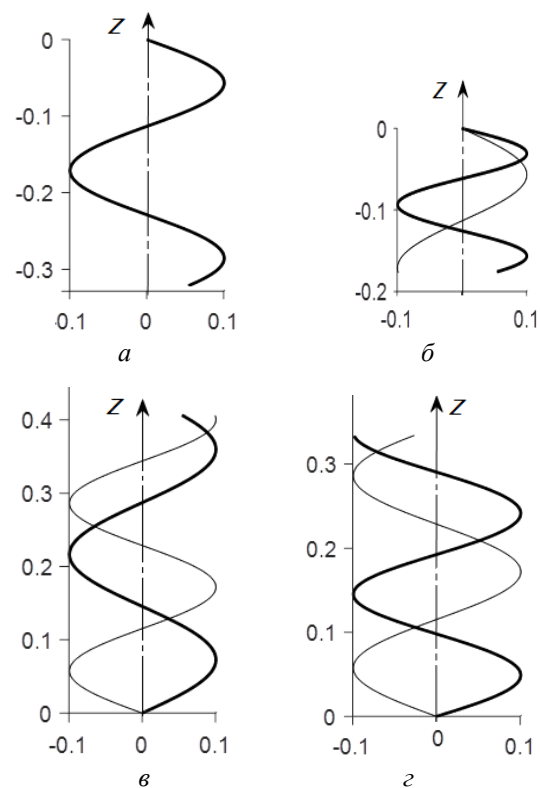


Рисунок 2 – Абсолютна (потовщена лінія) і відносна траєкторії руху частинки протягом 2 с по поверхнях із такими параметрами: $R=0,1$ м, $\beta=20^\circ$, $f=0,3$:
 а – $f_R=0,3$, $\omega=0$; б – $f_R=0,3$, $\omega=2$ с⁻¹;
 в – $f_R=0,3$, $\omega=10$ с⁻¹; г – $f_R=0,2$, $\omega=10$ с⁻¹

Висновки

Якщо кут підйому гвинтової лінії менший кута тертя частинки по останньому, то транспортування частинки неможливе як вгору, так і вниз. Це стосується як нерухомих поверхонь, так і рухомих, які обертаються навколо спільної осі. Частинка обертається разом із поверхнями, тобто «залипає».

Якщо кут підйому гвинтової лінії дорівнює кутові тертя, то транспортування теж неможливе, причому частинка може або «залипати» або «зависати». Останній варіант означає, що частинка ковзає по гвинтовій лінії з такою кутовою швидкістю, з якою обертаються поверхні, причому кутові швидкості мають протилежний знак. В

абсолютному русі частинка залишається нерухомою. Режим «залипання» або «зависання» залежить від початкових умов.

Якщо кут підйому гвинтової лінії більший кута тертя, то транспортування частинки можливе як вгору, так і вниз. При цьому важливе значення має кутова швидкість ω_0 частинки при її опусканні вниз по нерухомих поверхнях. Якщо кутова швидкість ω обертання поверхонь менша ω_0 , то частинка буде рухатися вниз. Зі збільшенням ω швидкість опускання частинки буде зменшуватися. При $\omega = \omega_0$ частинка «зависає», при $\omega > \omega_0$ рухається вгору. Швидкість підйому частинки прямо пропорційна зростанню кутової швидкості ω обертання поверхонь.

Список літератури

1. Changzhong Wu, Fan Ge, Guangchao Shang, Guitao Wang, Mingpeng Zhao, Liang Wu and Hengshuai Guo. Design of screw type automatic apple juicer. *Journal of Physics: Conference Series*. 2021. 1750 012042.
2. Zhilenko D., Krivososova O., Gritsevich M. New type of centrifugal instability in a thin rotating spherical layer. *Journal of Physics: Conference Series*. 2019. 1163 012011-1-012011-5.
3. Aremu, Ademola K. and Ogunlade Clement A. Development and evaluation of a multipurpose juice extractor. *New York Science Journal*. 2016. № 9(6). P. 7 – 14. DOI: 10.7537/marsnys09061602.
4. Liaposchenko O., Pavlenko I., Nastenka O. The model of crossed movement and gas-liquid flow interaction with captured liquid film in the inertial-filtering separation channels. *Separation and Purification Technology*. 2017. № 173(1). P. 240 – 243. DOI: 10.1016/j.seppur.2016.08.042.
5. Golub G., Szalay K., Kukharets S., Marus O. Energy efficiency of rotary digesters. *Progress in Agricultural Engineering Sciences*. 2017. № 13(1). P. 35 – 49. DOI: 10.1556/446.13.2017.3.
6. Kobets A., Ponomarenko N., Kharytonov M. Construction of centrifugal working device for mineral fertilizers spreading. *INMATEH – Agricultural Engineering*. 2017. № 51(1). P. 5 – 14.
7. Trokhaniak O., Hevko R., Lyashuk O., Dovbush T., Pohrishchuk B., Dobizha N. Research of the of bulk material movement process in the inactive zone between screw sections. *INMATEH–Agricultural Engineering*. 2020. № 60 (1). P. 261 – 268.
8. Hevko R., Zalutskyi S., Hladyo Y., Tkachenko I., Lyashuk O., Pavlov O., Pohrishchuk B., Trokhaniak O., Dobizha N. Determination of interaction parameters and grain material flow motion on screw conveyor elastic section surface. *INMATEH–Agricultural Engineering*. 2019. № 57(1). P. 123 – 134.
9. Pavlenko I., Liaposchenko A., Ochowiak M., Demyanenko M. Solving the stationary hydroaeroelasticity problem for dynamic deflection elements of separation devices. *Vibrations in Physical Systems*. 2018. 29 (2018026).
10. Pylypaka S., Nesvidomin V., Zaharova T., Pavlenko O., Klendiy M. The investigation of particle movement on a helical surface. *Lecture Notes in Mechanical Engineering*. 2020. P. 671 – 681.
11. Nnamdi U., Onyejiwu C., Ogbuke C. Review of orange juice extractor machines. *Advances in Science, Technology and Engineering Systems Journal*. 2020. № 5(5). P. 485 – 492. DOI: 10.25046/aj050560.
12. Pylypaka S. F., Klendii M. B., Klendii O. M. Particle motion over the surface of a rotary vertical axis helicoid. *INMATEH–Agricultural Engineering*. 2017. № 51(1). P. 15 – 28.

Стаття надійшла до редколегії 05.12.2021

Volina Tatiana

PhD, Associated professor, Senior Lecturer of Department of Descriptive Geometry, Computer Graphics and Design,
<https://orcid.org/0000-0001-8610-2208>

National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine, Kyiv

Pylypaka Serhii

DSc (Eng.), Professor, Head of Department of Descriptive Geometry, Computer Graphics and Design,
<https://orcid.org/0000-0002-1496-4615>

National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine, Kyiv

Zakharova Irina

PhD, Associated professor, Senior Lecturer of Department of Management of Education and Pedagogy of the Higher School,
<https://orcid.org/0000-0002-9693-5550>

Sumy State Pedagogical University named after A. S. Makarenko, Sumy

MOVEMENT OF A PARTICLE BY A MOVING VERTICAL AUGER BOUNDED BY A CASING

Abstract. During the various technological operations in various fields of industry and production, the working bodies of machines and tools interact with particles of technological material. At the same time, the geometric shape of the surface of the working bodies determines the character of the movement of particles on it. Particles of the technological material are often considered as material particles, which is acceptable because of their small dimensions. In this case, inertial forces from the rotation of the material are not taken into account, and as a result, the obtained analytical dependencies of its movement are somewhat approximate, however, it can be applied to a certain extent to the material and determine the direction of further research. A fairly common method of transporting technological material is the use of screws – a curved blade in the form of a strip of a helical conoid. Usually, a screw is moving and limited by a stationary coaxial cylindrical casing. In the article, the movement of a particle inside the vertical structure, which is made up of a cylinder and a coaxial strip of a helical conoid, and which rotates around a common vertical axis, is investigated. The differential equations of the relative movement of the particle along the periphery of the screw have been received. A special case, when the surfaces are stationary, was considered. A qualitative analysis of the obtained equations was made and based on this, the patterns of particle movement along the helical line – the curve of the intersection of the screw with the cylinder – were found. Constructive and kinematic parameters, when the particle moves up during sliding along a helical line or falls down, were found. It was established that if the angle of rising of the curve of the intersection of the limiting cylinder with the surface of the screw is less than or equal to the angle of friction of the particle on it, then the movement of the particle in both directions becomes impossible. This applies to both moving and stationary surfaces. The relative and absolute trajectories of particle movement are constructed in the article.

Keywords: particle; relative and absolute movement; auger; coaxial cylinder; angular velocity; differential equations; trajectory

References

1. Changzhong, Wu, Fan, Ge, Guangchao, Shang, Guitao, Wang, Mingpeng, Zhao, Liang, Wu & Hengshuai, Guo. (2021). Design of screw type automatic apple juicer. *Journal of Physics: Conference Series*, 1750, 012042.
2. Zhilenko, D., Krivonosova, O., Gritsevich, M. (2019). New type of centrifugal instability in a thin rotating spherical layer. *Journal of Physics: Conference Series*, 1163, 012011-1-012011-5.
3. Aremu, Ademola K. and Ogunlade, Clement A. (2016). Development and evaluation of a multipurpose juice extractor. *New York Science Journal*, 9(6), 7–14. DOI: 10.7537/marsnys09061602.
4. Liaposchenko, O., Pavlenko, I., Nastenka, O. (2017). The model of crossed movement and gas-liquid flow interaction with captured liquid film in the inertial-filtering separation channels. *Separation and Purification Technology*, 173(1), 240–243. DOI: 10.1016/j.seppur.2016.08.042.
5. Golub, G., Szalay, K., Kukharets, S., Marus, O. (2017). Energy efficiency of rotary digesters. *Progress in Agricultural Engineering Sciences*, 13(1), 35–49. DOI: 10.1556/446.13.2017.3.
6. Kobets, A., Ponomarenko, N., Kharytonov, M. (2017). Construction of centrifugal working device for mineral fertilizers spreading. *INMATEH – Agricultural Engineering*, 51(1), 5–14.
7. Trokhaniak, O., Hevko, R., Lyashuk, O., Dovbush, T., Pohrishchuk, B., Dobizha, N. (2020). Research of the of bulk material movement process in the inactive zone between screw sections. *INMATEH–Agricultural Engineering*, 60 (1), 261–268.
8. Hevko, R., Zalutskyi, S., Hladyo, Y., Tkachenko, I., Lyashuk, O., Pavlov, O., Pohrishchuk, B., Trokhaniak, O., Dobizha, N. (2019). Determination of interaction parameters and grain material flow motion on screw conveyor elastic section surface. *INMATEH–Agricultural Engineering*, 57(1), 123–134.
9. Pavlenko, I., Liaposhenko, A., Ochowiak, M., Demyanenko, M. (2018). Solving the stationary hydroaeroelasticity problem for dynamic deflection elements of separation devices. *Vibrations in Physical Systems*, 29, 2018026.
10. Pylypaka, S., Nesvidomin, V., Zaharova, T., Pavlenko, O., Klendiy, M. (2020). The investigation of particle movement on a helical surface. *Lecture Notes in Mechanical Engineering*, 671–681.
11. Nnamdi, U., Onyejiuwa, C., Ogbuke, C. (2020). Review of orange juice extractor machines. *Advances in Science, Technology and Engineering Systems Journal*, 5 (5), 485–492. DOI: 10.25046/aj050560.
12. Pylypaka, S. F., Klendii, M. B., Klendii, O. M. (2017). Particle motion over the surface of a rotary vertical axis helicoid. *INMATEH–Agricultural Engineering*, 51(1), 15–28.

Посилання на публікацію

- APA Volina, T., Pylypaka, S., Zakharova, I. (2022). Movement of a particle by a moving vertical auger bounded by a casing. *Management of Development of Complex Systems*, 50, 115–121, dx.doi.org\10.32347/2412-9933.2022.50.115-121.
- ДСТУ Воліна Т. М., Пилипака С. Ф., Захарова І. О. Переміщення частинки обертовим вертикальним шнеком, обмеженим кожухом. *Управління розвитком складних систем*. Київ, 2022. № 50. С. 115 – 121, dx.doi.org\10.32347/2412-9933.2022.50.115-121.