

Лізунов Петро Петрович

Доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри будівельної механіки,
<https://orcid.org/0000-0003-2924-3025>

Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ

Недін Валентин Олегович

Кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри будівельної механіки,
<https://orcid.org/0000-0003-3138-2892>

Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ

ЧИСЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ ТРАНСМІСІЙНИХ ВАЛІВ У РЕЖИМАХ РУХУ ПРИ ЗМІНІ ШВИДКОСТІ ОБЕРТАННЯ

***Анотація.** У роботі наведено результати чисельного дослідження динамічної поведінки трансмісійного вала в режимах руху зі зміною швидкості його обертання. Такі режими руху виникають при експлуатації трансмісійних валів, що передають крутний момент від двигуна до виконавчого пристрою. Цей процес може супроводжуватися вібрацією валів зі зміною частоти та амплітуди коливань. У зв'язку з цим актуальним є питання вивчення динамічної поведінки таких систем під час руху зі зміною швидкості обертання. Дослідження здійснено з використанням розробленого програмного забезпечення, в якому реалізована методика комп'ютерного моделювання коливального руху стержнів, що обертаються, під дією інерційних навантажень. Таке програмне забезпечення уможливило моделювати коливальний рух валів, а також визначити параметри, за яких може відбутися втрата динамічної стійкості змодельованої системи. За допомогою зазначеного програмного забезпечення побудовано графіки коливального руху стержня, яким моделюється робота трансмісійного вала, при заданих параметрах системи. Процес коливального руху вала розглянуто в просторі. Коливальний рух при обертанні описано системою диференціальних рівнянь у рухомій системі координат, що обертається разом із валом, а графіки коливального руху наведено в інерційній системі координат. Показано, що під час збільшення швидкості обертання протягом часу прискорення коливання відбуваються із суттєво більшою частотою, ніж при обертанні зі сталою швидкістю. Також показано, що при цьому може відбуватися збільшення амплітуди коливань. Після встановлення сталої швидкості обертання частота коливань, як відображено на графіках, зменшується. Таке збільшення частоти коливань під час прискорення може призвести до небажаних наслідків руйнівного характеру.*

***Ключові слова:** трансмісійний вал; інерційні навантаження; динамічна стійкість; чисельне диференціювання; змінна швидкість обертання*

Постановка проблеми

Задачі динаміки систем, до складу яких входять трансмісійні вали, виникають при проектуванні конструкцій машин і приладів. Коливальний рух пружних валів у просторі при обертанні описується складними системами диференціальних рівнянь з частковими похідними з урахуванням гіроскопічних навантажень, які обумовлюються переносними, відносними та коріолісовими прискореннями. Експлуатація таких систем часто здійснюється при обертанні валів з різними швидкостями, а саме при їх зміні. Через це цікавим є питання вивчення поведінки досліджуваної системи в проміжку часу, коли відбувається зміна швидкості обертання.

Аналіз основних досліджень і публікацій

За останні роки задачі динаміки коливань валів та стержнів, що обертаються, досліджені в роботах багатьох авторів.

Стаття [6] присвячена дослідженню динамічної поведінки композитного вала на жорстких підшипниках. У моделі враховано поперечну деформацію зсуву, обертальну інерцію та гіроскопічні ефекти. Розроблено скінченний елемент з шістьма степенями вільності, який використовується для визначення власних частот.

У роботі [7] запропоновано аналітичний метод розрахунку вала під впливом деформаційних

збуджень корпусу. Модель вала розглядається як спрощена система «рушійний вал-корпус корабля», оскільки підшипники можна вважати сполучними структурами, які передають зусилля від корпусу до вала. Представлено рівняння руху вала. Отримано вібраційні характеристики вала при корпусних збудженнях для зазначених граничних умов.

У роботі [10] досліджується динаміка валів різного діаметра під час їх обертання на різних швидкостях. Метою дослідження є виявлення впливу різних діаметрів валів, що обертаються з різною швидкістю, на амплітуду та власну частоту коливання. Також проводиться аналіз примусової вібрації вала. Встановлено параметри, які відповідають за вихід системи з ладу перед поломкою.

Задачі, пов'язані з коливанням горизонтальних валів, також досліджені в роботі [11]. У роботі розглянуто вали зі змінним по довжині поперечним перерізом.

Аналіз наявних у науковій літературі результатів засвідчує, що в багатьох роботах приділяється увага визначенню критичних швидкостей обертання, частот власних коливань при різних параметрах системи, але мало приділяється увага перехідним режимам руху зі зміною швидкості обертання, характеру коливань і тому, як прискорення впливає на розвиток коливального руху. Через це цікавим стає питання вивчення динамічної поведінки систем, що розглядаються, виявлення впливу на них перехідних режимів руху зі зміною швидкості обертання.

У пропонованій роботі досліджено динамічну поведінку трансмісійного вала при зміні швидкості його обертання.

Мета статті

Мета – представити результати чисельного дослідження динамічної поведінки моделі трансмісійного вала при зміні його швидкості обертання, отримані з використанням розробленого авторами програмного забезпечення для дослідження коливань валів та стержнів, що обертаються [3; 4].

Виклад основного матеріалу

Постановка задачі

При експлуатації трансмісійних валів, що передають крутний момент від двигуна до виконавчого пристрою, в деяких випадках здійснюється зміна швидкості їх обертання. Цей процес може супроводжуватися вібрацією валів зі зміною частоти їх коливання.

Рух вала моделюється стержнем завдовжки l (рис. 1), що обертається з кутовою швидкістю ω_t

навколо прямолінійної осі O_1X_1 нерухомої системи координат $O_1X_1Y_1Z_1$. Зі стержнем пов'язана рухома система координат $OXYZ$. Коливальний рух стержня в системі координат $OXYZ$ характеризується переміщеннями $y(x,t)$ та $z(x,t)$ точок, що належать до його осі, в напрямку координатних осей OY та OZ відповідно.

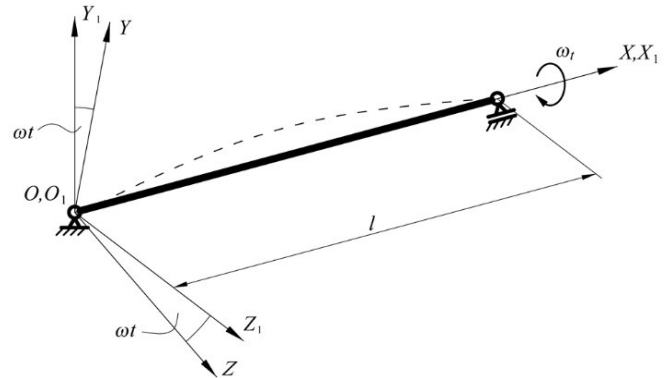


Рисунок 1 – Динамічна модель системи

Коливальний рух стержня при обертанні зі сталою швидкістю описується системою рівнянь [2]:

$$\begin{cases} EI_1 y^{IV} - \bar{m} r^2 (\ddot{y}'' + \omega_t^2 y'') - 2\omega_t \bar{m} \dot{z}' - \bar{m} \omega_t^2 y + \bar{m} \ddot{y} = 0 \\ EI_2 z^{IV} - \bar{m} r^2 (\ddot{z}'' + \omega_t^2 z'') + 2\omega_t \bar{m} \dot{y}' - \bar{m} \omega_t^2 z + \bar{m} \ddot{z} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

де E – модуль пружності матеріалу стержня; I_1, I_2 – моменти інерції перерізу стержня відносно осей OZ, OY ; r – радіус інерції перерізу стержня; \bar{m} – маса одиниці довжини стержня; ω_t – швидкість обертання стержня навколо осі, що співпадає з його віссю в недеформованому стані. Штрихом у рівняннях позначено диференціювання по x , крапкою – по t .

Система рівнянь (1) справедлива в проміжку часу, коли стержень обертається зі сталою швидкістю ω_t . У той проміжок часу t_a , коли швидкість обертання змінюється, виникає кутове прискорення ε , внаслідок чого з'являється дотична складова переносного прискорення елемента dx стержня \vec{a}_e^t . Враховуючи таке прискорення, систему рівнянь (1) необхідно розглядати з урахуванням складових $-\bar{m} \varepsilon z$ у першому рівнянні та $\bar{m} \varepsilon y$ у другому.

Методика дослідження

Для дослідження динаміки об'єктів, що розглядаються, використовується методика, описана в роботах [3; 4]. Згідно з цією методикою моделювання поперечних коливань вала при обертанні здійснюється на основі багатократного (циклічного) розв'язку системи рівнянь коливального руху для кожної точки пружної лінії з метою пошуку нових координат положення цих точок у кожний наступний момент часу $t + \Delta t$.

Реалізація методики здійснена за допомогою розробленої авторами комп'ютерної програми з графічним інтерфейсом, яка дає змогу досліджувати динаміку змодельованої системи шляхом обчислення і побудови в її вікні поточних форм вигину стержнів при коливанні, графіків коливального руху, графіків зміни швидкостей та прискорень, здійснювати аналіз динамічної поведінки. Програма також допомагає виявляти області стійкого та нестійкого руху з побудовою діаграм цих областей.

Результати

У пропонованій роботі, використовуючи зазначену програму, здійснено дослідження динаміки трансмісійного вала із зовнішнім діаметром $d_{зв} = 0,10$ м, внутрішнім $d_{вн} = 0,06$ м, довжиною $l = 4$ м при обертанні зі зміною швидкості у встановлений проміжок часу.

Для вала з вихідними параметрами перша критична швидкість обертання становить $93,23 \text{ с}^{-1}$. На діаграмах (рис. 2 – 5) у трьох часових діапазонах (час обертання зі сталою початковою швидкістю t_a , час прискорення t_b , час обертання зі сталою кінцевою швидкістю після прискорення t_c), в інерційній системі координат, представлені графіки коливального руху об'єкта дослідження зі зміною швидкості обертання в діапазоні докритичних швидкостей ($50 - 75 \text{ с}^{-1}$), а також в діапазонах при переході через критичну швидкість ($75 - 100 \text{ с}^{-1}$, $50 - 100 \text{ с}^{-1}$, $50 - 150 \text{ с}^{-1}$) з різними прискореннями.

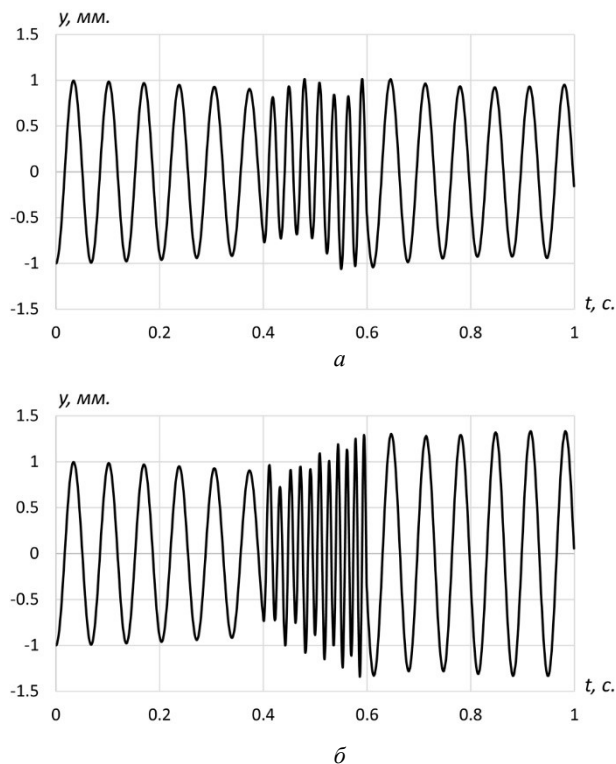


Рисунок 2 – Коливальний рух вала зі зміною швидкості:
а – з 50 до 100 с^{-1} ; б – з 50 до 150 с^{-1}

На діаграмах, що зображені на рис. 2, наведено графіки коливального руху при зміні швидкості обертання протягом часу прискорення $t_a=0,2 \text{ с}$.

Як видно з графіків, в інтервалі часу прискорення частота коливань збільшується. Також протягом часу прискорення може зростати амплітуда коливань (рис. 2, б).

На діаграмах, що зображені на рис. 3, наведено графіки коливального руху при зміні швидкості обертання з прискоренням $\varepsilon=250 \text{ с}^{-2}$.

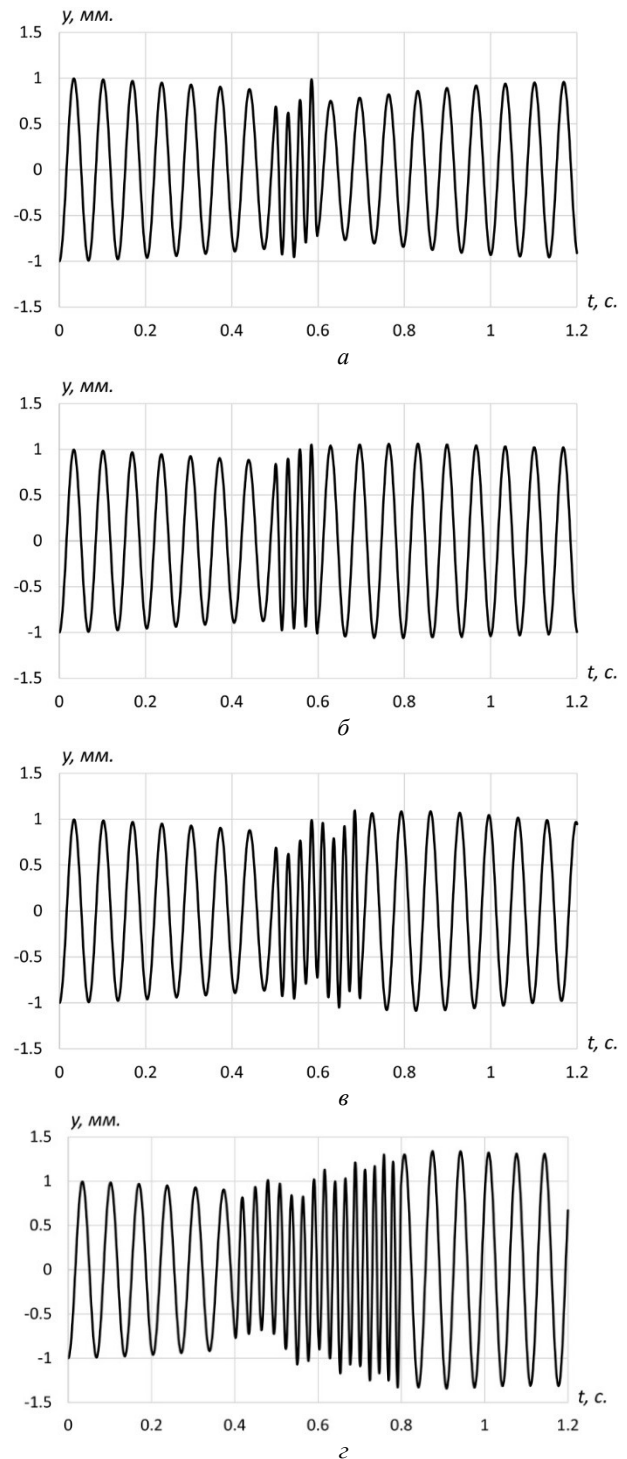


Рисунок 3 – Коливальний рух вала при зміні швидкості з прискоренням $\varepsilon=250 \text{ с}^{-2}$: а – з 50 до 75 с^{-1} ;
б – з 75 до 100 с^{-1} ; в – з 50 до 100 с^{-1} ; г – з 50 до 150 с^{-1}

Для розглянутих випадків прискорення показано, що частота коливань в інтервалі часу прискорення є значно більшою ніж в інтервалах часу обертання зі сталою швидкістю. В останньому випадку, коли швидкість обертання збільшується з 50 до 150 c^{-1} (рис. 3, з), коливання відбувається зі значним збільшенням амплітуди.

На рис. 4 наведено графіки коливального руху при зміні швидкості обертання з прискоренням $\varepsilon=200 c^{-2}$.

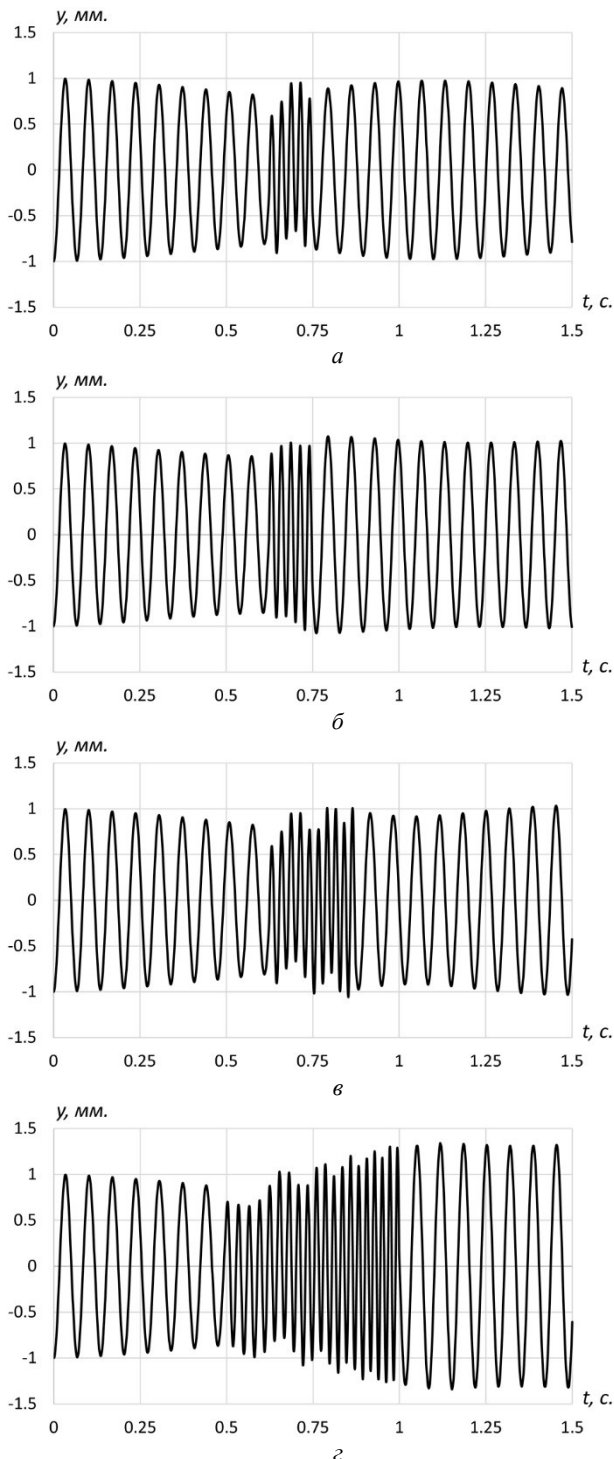


Рисунок 4 – Коливальний рух вала при зміні швидкості з прискоренням $\varepsilon=200 c^{-2}$: а – з 50 до 75 c^{-1} ; б – з 75 до 100 c^{-1} ; в – з 50 до 100 c^{-1} ; з – з 50 до 150 c^{-1}

Для наступних розглянутих випадків також показано, що частота коливань в інтервалі часу прискорення є значно більшою ніж в інтервалах часу обертання зі сталою швидкістю. У випадку, коли швидкість збільшується з 50 до 150 c^{-1} (рис. 4, з), коливання відбувається теж зі значним збільшенням амплітуди.

На рис. 5 наведено графіки коливального руху при зміні швидкості обертання з прискоренням $\varepsilon=100 c^{-2}$.

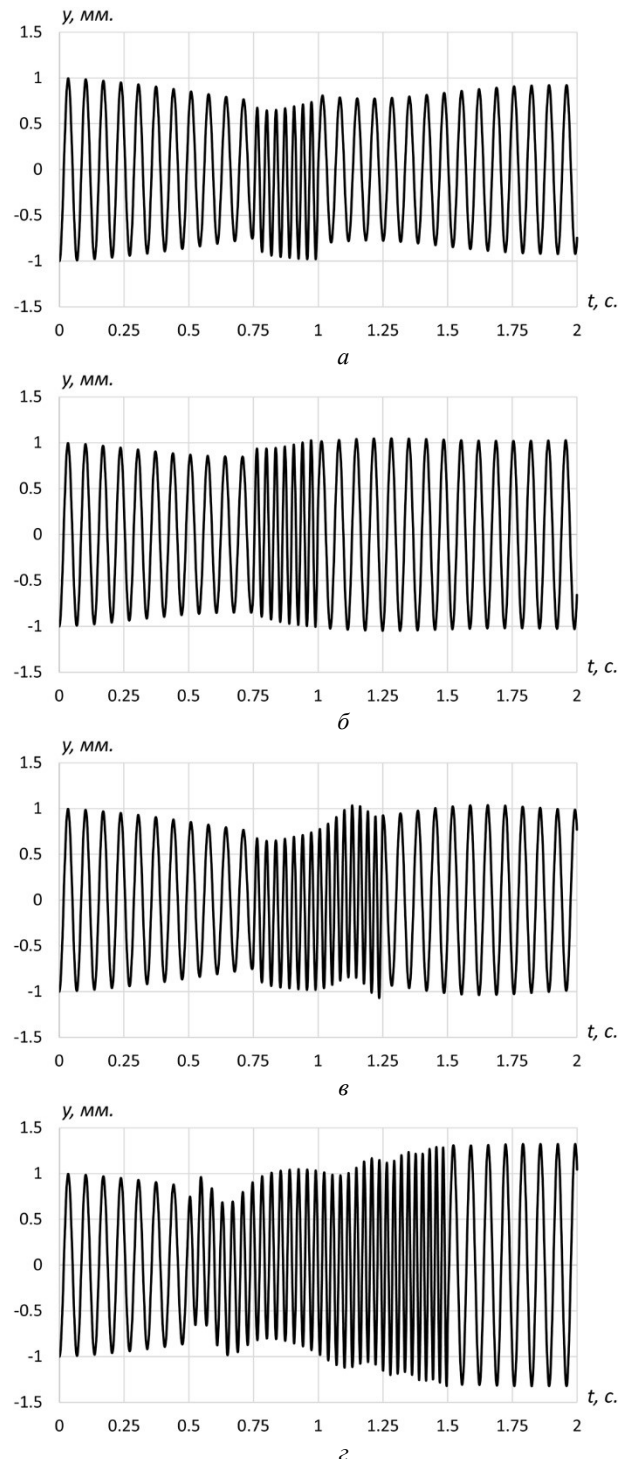


Рисунок 5 – Коливальний рух вала при зміні швидкості з прискоренням $\varepsilon=100 c^{-2}$: а – з 50 до 75 c^{-1} ; б – з 75 до 100 c^{-1} ; в – з 50 до 100 c^{-1} ; з – з 50 до 150 c^{-1}

У цьому разі також видно, що в представлених випадках збільшення швидкості обертання в різні інтервали часу прискорення частота коливань у проміжку часу прискорення є значно більшою. Як і в попередніх прикладах, в останньому випадку, коли швидкість збільшується з 50 до 150 с⁻¹ (рис. 5, з), коливання відбувається зі значним збільшенням амплітуди.

З отриманих результатів дослідження обертання трансмісійного вала з прискоренням видно, що в кожному з представлених варіантів зміни швидкості обертання, в порівнянні з інтервалами часу обертання зі сталою швидкістю, протягом часу прискорення суттєво збільшується частота його коливань. У разі значного збільшення швидкості обертання і при переході через критичну швидкість

обертання цей процес відбувається зі значним збільшенням амплітуди коливань.

Висновок

Представлені результати досліджень обертання трансмісійного вала при його експлуатації в режимах руху зі зміною швидкості обертання ілюструють, що під час прискорення частота коливань значно збільшується. Також при цьому може відбуватися збільшення амплітуди коливань. Після встановлення сталої швидкості обертання частота коливань, як видно з графіків, зменшується. Таке збільшення частоти коливань під час прискорення може призвести до небажаних наслідків руйнівного характеру.

Список літератури

1. Баженов В. А., Погорелова О. С., Постнікова Т. Г. Хаос та сценарії переходу до хаосу у віброударній системі. Київ: Вид-во «Каравела», 2019. 146 с.
2. Диментберг Ф. М. Изгибные колебания вращающихся валов. Москва: Изд-во АН СССР, 1959. 247 с.
3. Лізунов П. П., Недін В. О. Вплив гіроскопічних сил на коливальний рух валів при обертанні. *Опир матеріалів і теорія споруд*. 2020. Вип. 105. С. 223 – 231.
4. Лізунов П. П., Недін В. О. Параметричні коливання пружних стержнів, що обертаються, під дією періодичних поздовжніх сил. *Управління розвитком складних систем*. 2021. № 44. С. 56 – 64.
5. Недін В. О. Чисельне диференціювання складних форм вигину стержнів значної довжини при обертанні. *Управління розвитком складних систем*. 2020. № 43. С. 110–115.
6. Boukhalfa A. Free Vibration Analysis of a rotating composite shaft using the *p*-version of the finite element method / A. Boukhalfa, A. Hadjoui, S. M. Hamza Cherif. *International Journal of Rotating Machinery*. 2008. doi:10.1155/2008/752062.
7. Chang Tan. A Study of Shaft Vibration Based on Transfer Matrix / Chang Tan, Zhi Ling Guo, Rui Kun Zhou. *Applied Mechanics and Materials*. 2013. Volumes 365-366. P. 339-343. doi: 10.4028/www.scientific.net/AMM.365-366.339.
8. Cong Zhang. Analytical analysis of the vibration of propulsion shaft under hull deformation excitations / Cong Zhang, Zhe Tian, Xinping Yan. *Journal of Vibroengineering*, Vol. 18, Issue 1, 2016, p. 44-55.
9. Maurice Petyt. Introduction to Finite Element Vibration Analysis. Cambridge University Press, 1990. – 558 p.
10. Sanjiv Kumar. Vibrations signature analysis of whirling shaft of varying diameters operated at varying speeds / Sanjiv Kumar, Rakesh Sehgal, Sanpreet Singh. *Journal of Physics: Conf. Series* 1240 (2019). doi:10.1088/1742-6596/1240/1/012155.
11. Yimin Wei. Influence of Axial Loads to Propagation Characteristics of the Elastic Wave in a Non Uniform Shaft / Yimin Wei, Zhiwei Zhao, Wenhua Chen and Qi Liu. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*. 2019 No. 32:70. P.13.

Стаття надійшла до редколегії 27.08.2023

Lizunov Petro

DSc (Eng.), Professor, Head of the Department of Structural Mechanics, <https://orcid.org/0000-0003-2924-3025>
Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv

Nedin Valentyn

PhD (Eng.), Associate Professor, Department of Structural Mechanics, <https://orcid.org/0000-0003-3138-2892>
Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv

NUMERICAL STUDY OF TRANSMISSION SHAFTS DYNAMICS IN MOTION MODES WHEN THE ROTATION SPEED CHANGES

Abstract. Thin-walled structures, the elements of which are plates and shells made of composite materials, are increasingly used in various industries. The growing needs of practice and the introduction of new composite materials require further improvement of the calculation methods of shell structures of inhomogeneous structure. Therefore, the problem of developing an adequate method of analyzing the behavior of shells made of composite materials with a multilayer structure is relevant. The work is devoted to the application of the developed method of finite elements for the analysis of geometrically nonlinear deformation and stability of elastic shells to the problem of the study of shells, the layer materials of which are composites of a fibrous structure. The method of structuring materials through the shell thickness and plan by using a universal 3D finite element is applied to model

the thermoelastic properties of a inhomogeneous material. Determination of the effective characteristics of the composite material is realized by the structural micromechanical parameters of its components based on known methods of predicting elastic constants for this model of the composite material. The multilayer finite element, created within the framework of the developed approach, can be exploited to the problems of calculating thin elastic shells from both traditional and composite materials. The results of investigation of a multilayer composite panel using various micromechanical techniques are presented. The results of the study of a multilayer composite panel obtained by various micromechanical methods are given. These results are consistent with those obtained using the NASTRAN software. The new modification of the developed finite element makes it possible to analyze the stress-strain state and stability of multi-layer shells made of fibrous composite materials reliably, with accuracy acceptable for engineering calculations.

Keywords: transmission shaft; inertia forces; dynamic stability; numeric differentiation; rotation speeds

References

1. Bazhenov, V. A., Pohorelova, O. S., Postnikova, T. G. (2019). Chaos and scenarios to chaos transition in a vibroimpact system. Kyiv: Vyd-vo «Karavela», 146. [In Russian]
2. Dimentberg, F. M., (1959). Flexural vibrations of rotating shafts. Moscow: Publishing of AS USSR, 247. [In Russian]
3. Lizunov, P. P., Nedin, V. O. (2020). The gyroscopic forces influence on the oscillations of the rotating shafts. *Strength of materials and theory of structures*, 105, 223–231.
4. Lizunov, Petro, Nedin, Valentyn. (2021). The parametric oscillations of rotating elastic rods under the action of the periodic axial forces. *Management of Development of Complex Systems*, 44, 56–64.
5. Nedin, Valentyn, (2020). Numerical differentiation of complex bend forms of long rotating rods. *Management of Development of Complex Systems*, 43, 110–115. [in Ukrainian]
6. Boukhalifa, A, Hadjoui, A, Hamza, Cherif S. (2008). Free Vibration Analysis of a rotating composite shaft using the *p*-version of the finite element method. *International Journal of Rotating Machinery*. doi:10.1155/2008/752062.
7. Chang, Tan, Zhi, Ling Guo, Rui, Kun Zhou. (2013). A Study of Shaft Vibration Based on Transfer Matrix. *Applied Mechanics and Materials*, 365–366, 339–343.
8. Cong, Zhang, Zhe, Tian, Xinping, Yan. (2016). Analytical analysis of the vibration of propulsion shaft under hull deformation excitations. *Journal of Vibroengineering*, 18, 1, 44-55.
9. Petyt, Maurice. (1990). Introduction to Finite Element Vibration Analysis. Cambridge University Press, 558.
10. Kumar, Sanjiv, Sehgal, Rakesh, Singh, Sanpreet. (2019). Vibrations signature analysis of whirling shaft of varying diameters operated at varying speeds. *Journal of Physics: Conf. Series*, 1240.
11. Yimin, Wei, Zhiwei, Zhao, Wenhua, Chen, Qi, Liu. (2019). Influence of Axial Loads to Propagation Characteristics of the Elastic Wave in a Non Uniform Shaft. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 32:70, 13.

Посилання на публікацію

- APA Lizunov, P. & Nedin, V. (2023). Numerical study of transmission shafts dynamics in motion modes when the rotation speed changes. *Management of Development of Complex Systems*, 55, 117–122, dx.doi.org\10.32347/2412-9933.2023.55.117-122.
- ДСТУ Лізунов П. П., Недін В. О. Чисельне дослідження динаміки трансмісійних валів у режимах руху при зміні швидкості обертання. *Управління розвитком складних систем*. Київ, 2023. № 55. С. 117 – 122, dx.doi.org\10.32347/2412-9933.2023.55.117-122.