

DOI: 10.32347/2412-9933.2024.57.181-186

УДК 681.51.01

Іносов Сергій Вікторович

Кандидат технічних наук, доцент кафедри автоматизації технологічних процесів,

<https://orcid.org/0000-0001-8305-5514>

Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ

Бондарчук Ольга Вячеславівна

Кандидат технічних наук, доцент кафедри автоматизації технологічних процесів,

<https://orcid.org/0000-0003-1893-1893>

Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ

Вольтерс Андрій Олександрович

Асистент кафедри автоматизації технологічних процесів,

<https://orcid.org/0000-0002-3842-8198>

Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ

Волчков Максим Володимирович

Асистент кафедри автоматизації технологічних процесів,

<https://orcid.org/0000-0001-9427-0754>

Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ

**ОСОБЛИВОСТІ ЗАСТОСУВАННЯ ОПЕРАЦІЙНОГО ЧИСЛЕННЯ
ДЛЯ ДИНАМІЧНИХ РОЗРАХУНКІВ СИСТЕМ ІЗ ЗАПІЗНЕННЯМ**

Анотація. Основним математичним апаратом, який використовується для аналізу і синтезу оптимальних алгоритмів автоматичного регулювання, є операційне числення на базі перетворення Лапласа. Це дуже зручний і потужний інструмент для динамічних розрахунків лінійних стаціонарних систем, що спирається на універсальний математичний апарат, з усіма відомими перевагами формульних (аналітичних, символічних) методів над чисельними методами. На жаль, операційне числення не вдається безпосередньо застосувати за наявності запізнення в контурі негативного зворотного зв'язку, оскільки не існує прямого аналітичного (у вигляді формули) рішення такої задачі. Проте саме цей випадок є основним для практики. Саме запізнення є вирішальним фактором, що обмежує якість регулювання і запас стійкості. Тому практичні розрахунки вимушено ускладнюються використанням чисельних методів на окремих етапах розрахунку з усіма типовими для них недоліками (можливий тільки аналіз конкретної чисельної задачі, неможливо отримати загальні висновки, розв'язувати задачу синтезу, доводиться опрацьовувати великі числові масиви, при цьому виникають проблеми з накопичуванням похибок обчислень тощо). Пропонується замінити ірраціональну передаточну функцію запізнення $e^{-p\tau}$ наближеною дробово-раціональною формулою $1/(\tau/m-p + 1)^m$. Значення порядку наближення m рекомендується взяти 8 – 10 для розрахунків оптимальних робочих режимів і 80 – 100 для розрахунків режимів біля границі стійкості. Розрахункова похибка перехідного процесу від такої заміни не перевищує 2%. Результат розрахунку отримуємо в аналітичному вигляді (як формулу високого порядку). Виконання обчислень саме у формульному (символьному) вигляді є особливістю операційного числення. Сучасні комп'ютерні засоби автоматизації алгебраїчних перетворень (MathCad, MathLab тощо) дають змогу без проблем оперувати формулами дуже високого порядку.

Ключові слова: передаточна функція; запізнення; раціональна апроксимація; операційне числення; зворотний зв'язок

Постановка проблеми

Для автоматизації технологічних процесів широко використовуються системи автоматичного регулювання (САР). Їх призначення – підтримувати на заданому рівні певні технологічні параметри (наприклад температуру) [4; 5; 10]. Переважна

більшість САР використовує принцип регулювання за відхиленням від завдання, з контуром негативного зворотного зв'язку.

Якість регулювання оцінюється за динамічними критеріями [3; 4; 8]. Основним є час регулювання, який слід мінімізувати за рахунок правильного вибору алгоритму регулювання і налаштування його

параметрів. Інакше якість регулювання може різко погіршитися, аж до втрати стійкості.

Основним математичним апаратом, який використовується для аналізу і синтезу оптимальних алгоритмів регулювання, є операційне числення на базі перетворення Лапласа [1]. Це дуже зручний і потужний інструмент для динамічних розрахунків лінійних стаціонарних систем, що спирається на універсальний аналітичний математичний апарат, з усіма відомими перевагами формульних (аналітичних, символічних) методів над чисельними методами.

На жаль, операційне числення не вдається безпосередньо застосувати за наявності запізнення в контурі негативного зворотного зв'язку. Проте саме цей випадок є основним для практики. Навіть якщо об'єкт регулювання не має «транспортного» запізнення, зручно інтегрально врахувати всі малі інерційності, невраховані в основній моделі САР, як віртуальне запізнення.

Запізнення, як правило, відносно мале порівняно з основною інерційністю об'єкта регулювання. Тим не менше, саме запізнення є вирішальним фактором, що обмежує якість регулювання і запас стійкості. Час регулювання в реальній системі не може бути менший, ніж час запізнення. І саме запізнення в зворотному зв'язку обмежує застосовність операційного числення, оскільки не існує прямого аналітичного (у вигляді формули) розв'язання такої задачі.

Тому практичні розрахунки вимушено ускладнюються використанням чисельних методів на окремих етапах розрахунку, з усіма типовими для них недоліками (можливий тільки аналіз конкретної чисельної задачі, неможливо отримати загальні висновки, довести якість твердження, розв'язати задачу синтезу, доводиться обробляти великі числові масиви, при цьому виникають проблеми з накопичуванням похибок обчислень, з вибором кроку квантування в часі тощо).

Аналіз останніх досліджень

На рис. 1 наведено типову розрахункову схему (модель) динаміки САР. Контур регулювання включає об'єкт регулювання з передаточною функцією $W_0(p)$ і регулятор з передаточною функцією $W_1(p)$ [2].

Передаточні функції є математичними моделями, якими традиційно описують динамічні властивості лінійних інерційних стаціонарних об'єктів і систем при використанні операційного числення [1]. Передаточну функцію можна інтерпретувати як формульне представлення амплітудо-фазо-частотної характеристики (АФЧХ), тобто залежності комплексного коефіцієнта підсилення синусоїдального сигналу від частоти.

Регульована величина (наприклад, температура) порівнюється із завданням і визначається розугодження. Залежно від розугодження регулятор коректує керуючий вплив (наприклад потужність нагріву). Всі зовнішні збурення, що дестабілізують процес, приведено до еквівалентної моделі збурення, яка додається до виходу об'єкта. Вхідними впливами є зміни збурення або завдання. Далі будемо розглядати останній варіант. Розрахунковою змінною є регульована величина.

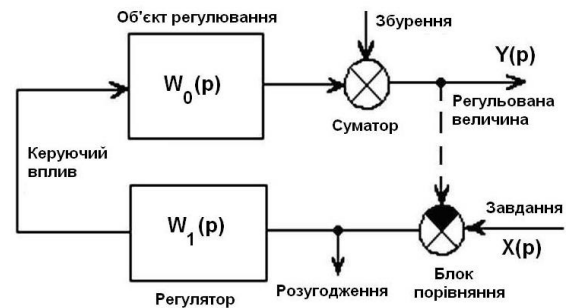


Рисунок 1 – Типова розрахункова структурна схема динаміки САР

Передаточна функція розімкненого контуру регулювання (зв'язок, показаний пунктиром, розімкнено) розраховується за формулою:

$$W_{open}(p) = W_0(p) \cdot W_1(p). \quad (1)$$

Передаточна функція замкненого контуру регулювання по каналу «завдання – регульована величина» розраховується за формулою:

$$W_{closed}(p) = \frac{W_{open}(p)}{1 + W_{open}(p)}. \quad (2)$$

Зображення за Лапласом регульованої величини $Y(p)$ розраховується за формулою:

$$Y(p) = W_{closed}(p) \cdot X(p), \quad (3)$$

де $X(p)$ – зображення за Лапласом завдання. Як правило, приймається, що завдання змінюється стрибком. В цьому випадку

$$X(p) = 1/p. \quad (4)$$

Оригінал (тобто перехідний процес) регульованої величини можна знайти в аналітичному вигляді (як формулу функції часу $y(t)$), застосувавши зворотне перетворення Лапласа до $Y(p)$:

$$y(t) = \text{InvLaplace}(Y(p)). \quad (5)$$

Реакція на одиничний стрибок, яку ми отримуємо, називається перехідною функцією.

Всі розрахунки виконуються і результат $y(t)$ отримується в аналітичній формі (у вигляді формул) за допомогою спеціалізованих математичних програмних засобів (MathCad, MathLab тощо).

На жаль, за наявності запізнення в контурі зворотного зв'язку (в об'єкті чи в регуляторі), отримати результат не вдається. Запізнення має ірраціональну передаточну функцію

$$D(p) = e^{-p \cdot \tau}, \quad (6)$$

де τ – час запізнення; e – число Ейлера.

У цьому випадку не існує аналітичного розв'язку поставленої задачі (у вигляді формули). Проте саме описаний випадок є основним у практичних розрахунках. Далі наведено відповідний приклад (формули (8) – (10)).

Мета роботи

Метою роботи є створення методики універсального використання операційного числення на всіх етапах розрахунку САР, в т. ч. за наявності запізнення в контурі зворотного зв'язку, за рахунок апроксимації запізнення дробово-раціональною передаточною функцією високого порядку.

Викладання основного матеріалу

Основна ідея полягає в наближеній заміні ірраціональної передаточної функції запізнення $D(p)$ наступною дробово-раціональною передаточною функцією достатньо високого порядку ($m = 10 - 100$):

$$D_1(p) = \frac{1}{\left(\frac{\tau}{m} \cdot p + 1\right)^m}. \quad (7)$$

Після такої заміни вищенаведена методика розрахунку працює без обмежень. Сучасний рівень автоматизації алгебраїчних перетворень дає змогу без проблем оперувати дуже складними формулами передаточних функцій.

Виникає питання, наскільки велике значення порядку m треба вибрати для забезпечення достатньо малої похибки, пов'язаної з такою заміною.

На рис. 2 наведено перехідну функцію (реакція на одиничний стрибок) блоку ідеального запізнення $D(p)$ (пунктир) і наближення $D_1(p)$ при $m = 80$. Як бачимо, похибка неприпустимо велика.

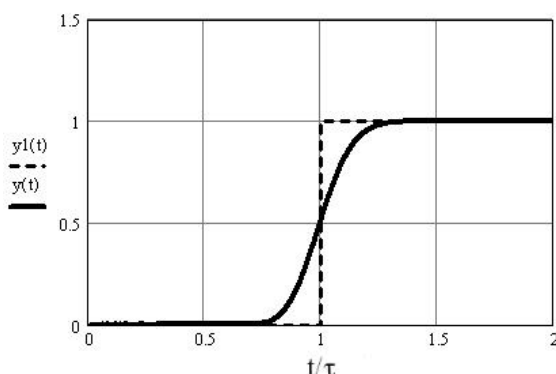


Рисунок 2 – Перехідна функція блоку запізнення $D(p)$ (пунктир). Суцільна лінія – наближення $D_1(p)$ при $m = 80$

Але в реальних САР запізнення ніколи не є переважаючою інерційністю. Приклад оптимальної перехідної функції розімкненого контуру наведено

на рис. 4. Регулятор компенсує основні інерційності об'єкта регулювання, але запізнення τ це залишок, який компенсувати неможливо. Відомо, що для такого залишку оптимальним алгоритмом регулювання є інтегруючий [2]. Тому розімкнений контур будь-якої правильно спроектованої САР працює як інтегратор із невеликим запізненням [8].

Вибрати порядок m в цьому загальному практичному випадку допоможе частотний аналіз. На рис. 3 наведено амплітудо-фазову характеристику (АФХ) блоку $D_1(p)$ на комплексній площині для варіантів $m = 80$ і $m = 8$. Математично АФХ обчислюється як $D_1(j \cdot \omega)$, де j – уявна одиниця; ω – кругова частота. Кожна комплексна точка на графіку (наприклад точка 2) відповідає певній частоті ω . Довжина радіуса-вектора цієї точки дорівнює модулю $A = |D_1(j \cdot \omega)|$, а кут його повороту дорівнює аргументу $\varphi = \arg(D_1(j \cdot \omega))$. Фізичний зміст φ – це зсув за фазою між входом і виходом на даній частоті. Фізичний зміст A – це коефіцієнт підсилення амплітуди на даній частоті.

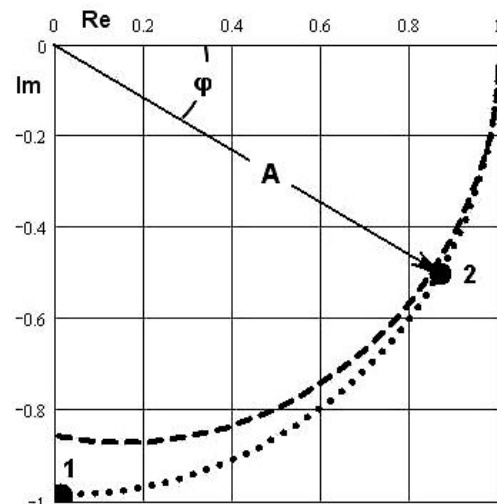


Рисунок 3 – Амплітудо-фазова характеристика блоку $D_1(p)$, при $m = 80$ (крапки) і $m = 8$ (пунктир)

Варіант $m = 80$ адекватно моделює запізнення аж до $\varphi = 90^\circ$ (до точки 1). На всіх частотах $A \cong 1$. Варіант $m = 8$ адекватно моделює запізнення до $\varphi = 30^\circ$ (до точки 2). Точка 1 відповідає автоколивальному режиму роботи САР при нульовому запасі стійкості за фазою. Точка 2 відповідає оптимальному робочому режиму роботи САР при запасі стійкості за фазою 60° .

Отже, значення порядку наближення m рекомендується брати 8 – 10 для розрахунків оптимальних робочих режимів САР і 80 – 100 для розрахунків режимів біля границі стійкості.

Як приклад розглянемо розрахунок САР температури.

Типова передаточна функція теплового об'єкта регулювання має вигляд [9]:

$$W_0(p) = \frac{K \cdot e^{-p\tau}}{(T_1 p + 1) \cdot (T_2 p + 1)}, \quad (8)$$

де K – статичний коефіцієнт передачі об'єкта; τ – час запізнювання; T_1, T_2 – перша і друга сталі часу об'єкта.

Наведена модель об'єкта може вважатися універсальною, придатною для будь-яких теплових об'єктів, оскільки вона враховує всі істотні особливості таких об'єктів: статизм, наявність аперіодичних інерційностей (враховуються дві основні зі сталими часу T_1 і T_2), і наявність запізнювання τ , яке відносно мале в загальній інерційності об'єкта, але саме воно обмежує запас стійкості САР. Навіть якщо об'єкт не має ідеального, «транспортного», запізнювання, передаточна функція $e^{-p\tau}$ інтегрально враховує всі малі інерційності, що не враховані двома основними сталими часу.

Для прикладу, що розглядається (рис. 5): $K = 0.5$ град./%, $T_1 = 10$ хв, $T_2 = 3$ хв, $\tau = 1$ хв.

Для уможливлення подальших розрахунків у формулі (8) $e^{-p\tau}$ замінимо наближеною дробово-раціональною формулою $1/(\tau/m \cdot p + 1)^m$.

Для регулювання теплових об'єктів зазвичай використовується Пропорційно-Інтегрально-Диференціальний (ПІД) алгоритм регулювання, тому що він близький до теоретично досяжного ідеалу [2].

Передаточна функція ПІД-регулятора має вигляд [6]:

$$W_1(p) = K_p \cdot \left(\frac{T_d \cdot p}{T_i \cdot p + 1} + 1 + \frac{1}{T_i p} \right). \quad (9)$$

Основні параметри настроювання ПІД-регулятора: K_p – коефіцієнт пропорційності; T_i – стала часу інтегрування; T_d – стала часу диференціювання. Їм мають бути присвоєні чисельні значення, оптимальні для даного об'єкта регулювання (так зване «настроювання» регулятора). Інакше якість регулювання може різко погіршитися, аж до втрати стійкості.

Параметри регулятора T_i і T_d , налагоджують таким чином, щоб скоректувати дві основні інерційності об'єкта регулювання зі сталими часу T_1, T_2 і звести динамічні властивості розімкненого контуру регулювання до еквівалентного інтегрування (рис. 4).

Нескомпенсованим залишається запізнення τ . Воно зазвичай значно менше, ніж основні інерційності T_1, T_2 , але саме запізнення є основним фактором, що обмежує швидкодію САР. Відомо, що для такого залишку оптимальним алгоритмом регулювання є інтегруючий. Тому розімкнений контур працює як інтегратор із невеликим запізненням [8].

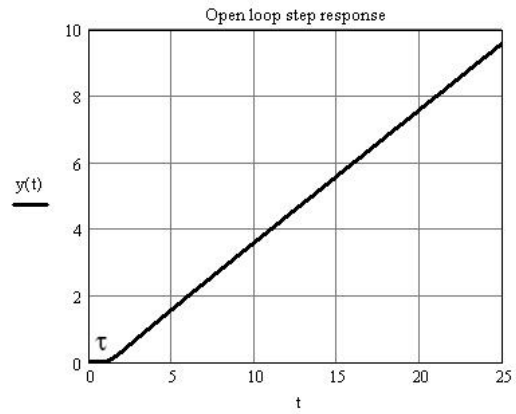


Рисунок 4 – Оптимальна перехідна функція розімкненого контуру (відповідає інтегруванню із запізненням τ)

Рекомендуються такі формули для розрахунку оптимальних значень основних параметрів ПІД-регулятора залежно від відомих параметрів об'єкта регулювання [6]:

$$\begin{aligned} K_p &= 0.4 \frac{T_1 + T_2}{K \cdot \tau}; \\ T_d &= \frac{T_1 \cdot T_2}{T_1 + T_2}; \\ T_i &= T_1 + T_2. \end{aligned} \quad (10)$$

Диференціюючий канал ПІД-регулятора підсилює високочастотні завади (в т. ч. похибки вимірювання регульованої величини). Для обмеження підсилення диференціюючого каналу на високих частотах (регуляризація ПІД-регулятора) в нього обов'язково вводиться аперіодичний блок першого порядку зі сталою часу T_4 . Це додатковий параметр настроювання ПІД-регулятора. Співвідношення T_d/T_4 – визначає коефіцієнт підсилення високочастотних шумів. Навіть для малозашумлених теплових об'єктів максимально припустиме значення цього параметра слід вважати не більше 10. Тобто беремо $T_4 = T_d/10$.

На рис. 5 наведено результат розрахунку – перехідна функція замкненого контуру регулювання при оптимальному настроюванні параметрів ПІД-регулятора у вигляді графіка. Час регулювання мінімально можливий (максимальна швидкодія) для даного об'єкта.

Насправді результат отримано в аналітичному вигляді (як формула). Це особливість операційного числення. Але формула для $y(t)$ надто громіздка, щоб бути наведеною тут. Вона містить біля двох десятків експонент і синусоїд. Сучасний рівень автоматизації алгебраїчних перетворень уможливує без проблем оперувати дуже складними формулами, що неможливо робити вручну.

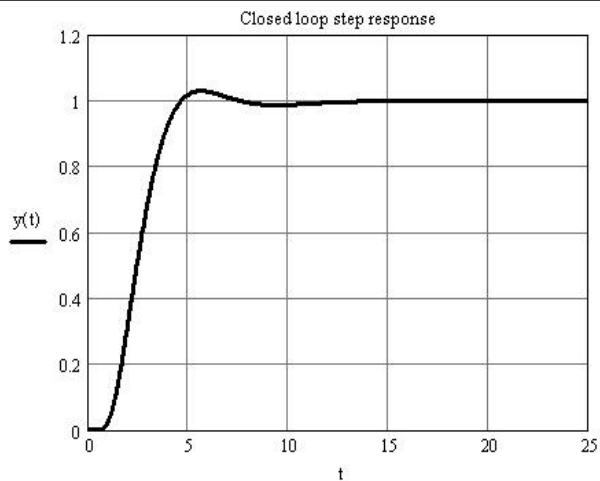


Рисунок 5 – Перехідна функція замкнутого контуру регулювання

Розрахунок виконувався в MathCad за загальними формулами (1) – (7) для розгляданого прикладу (формули (8) – (10)). Порядок m передаточної функції $D_1(p)$ взято $m = 8$. Цього цілком достатньо для розрахунку оптимального перехідного

процесу. Похибка від заміни передаточної функції запізнення $D(p)$ наближеною формулою $D_1(p)$ не перевищує 2%.

Висновки

1. Основний математичний апарат для динамічних розрахунків систем автоматичного регулювання (операційне числення) не працює безпосередньо за наявності запізнення в контурі зворотного зв'язку.

2. Пропонується замінити ірраціональну передаточну функцію запізнення $e^{-p\tau}$ наближеною дробово-раціональною формулою $1/(\tau/m \cdot p + 1)^m$.

3. Значення порядку наближення m рекомендується взяти 8 – 10 для розрахунків оптимальних робочих режимів і 80 – 100 для розрахунків режимів біля границі стійкості.

4. Розрахункова похибка перехідних процесів від такої заміни не перевищує 2%.

5. Результат розрахунку отримуємо в аналітичному вигляді (як формулу високого порядку), використовуючи сучасні комп'ютерні засоби автоматизації алгебраїчних перетворень.

Список літератури

1. Попович М. Г., Ковальчук О. В. Теорія автоматичного керування: підручник. Київ : Либідь, 2007. 656 с.
2. Іносов С. В., Корнієнко В. М. Оптимізація алгоритму автоматичного регулювання тепловими процесами. *Управління розвитком складних систем*. Київ: КНУБА, 2013. № 13. С. 104–108.
3. Іносов С. В., Корнієнко В. М., Гречуха В. В. Алгоритм автоматичного налаштування пропорційно-інтегрального регулятора з використанням бігармонійного пробного збурення. *Управління розвитком складних систем*. Київ: КНУБА, 2014. № 19. С. 104–108.
4. Іносов С. В., Скіданов В. М., Соболевська Т. Г., Сідун К. В. Синфазні і протифазні збурення в двоконтурній системі зв'язного регулювання. *Управління розвитком складних систем*. Київ: КНУБА, 2016. № 27. С. 176–181.
5. Іносов С. В., Бондарчук О. В. Дискретизація динамічної моделі теплового об'єкту регулювання з великим кроком квантування в часі. *Управління розвитком складних систем*. Київ: КНУБА, 2017. № 31. С. 190 – 195.
6. Іносов С. В., Бондарчук О. В. Зв'язок похибок вимірювання температури з динамікою регулювання теплового об'єкту. *Управління розвитком складних систем*. Київ: КНУБА, 2018. № 35. С. 162–166.
7. Іносов С. В., Самойленко М. І. Синтез і аналіз динаміки цифрового алгоритму регулювання теплового технологічного об'єкту з великим кроком квантування в часі. *Управління розвитком складних систем*. Київ: КНУБА, 2018. № 36. С. 204–208.
8. Іносов С. В., Бондарчук О. В., Ілларионов В. М. Налаштування ПІД-регулятора за перехідною функцією розімкненого контура. *Управління розвитком складних систем*. Київ: КНУБА, 2021. № 46. С. 167– 72.
9. Іносов С. В., Бондарчук О. В. Аналіз можливих причин помилкової ідентифікації динамічних параметрів теплового об'єкту регулювання. *Управління розвитком складних систем*. Київ: КНУБА, 2023. № 54. С. 132 – 137.
10. Inosov, S., Illarionov, V., Sabalaeva, N. Research on identification of the spontaneous electrical heating system in the district electrical network. *Proceedings of the 4th International scientific and practical conference*. BoScience Publisher. Boston, USA. 2022. P. 171-175. URL: <https://sci-conf.com.ua/iv-mizhnarodna-naukovo-praktichna-konferentsiya-progressive-research-in-the-modern-world-28-30-12-2022-boston-ssha-arhiv/>.

Стаття надійшла до редколегії 10.05.2023

Inosov Sergei

PhD, Associate professor, Department of Process Automation, <https://orcid.org/0000-0001-8305-5514>
Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv

Bondarchuk Olga

PhD, Associate professor, Department of Process Automation, <https://orcid.org/0000-0003-1893-1893>
Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv

Volters Andrii

Assistant of the Department of Automation of Technological Processes, <https://orcid.org/0000-0002-3842-8198>
Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv

Volchkov Maksym

Assistant of the Department of Automation of Technological Processes, <https://orcid.org/0000-0001-9427-0754>
Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv

APPLICATION PECULIARITIES OF OPERATIONAL CALCULUS FOR DYNAMIC CALCULATIONS OF SYSTEMS WITH DELAY

Abstract. The main mathematical apparatus used for the analysis and synthesis of optimal automatic control algorithms is the operational calculus based on the Laplace transform. It is a very convenient and powerful tool for dynamic calculations of linear stationary systems, based on a universal analytical mathematical apparatus with all known advantages of formulaic (analytical, symbolic) methods over numerical methods. Unfortunately, operational calculus cannot be directly applied in the presence of a delay in the negative feedback circuit, because there is no direct analytical (as a formula) solution to such a problem. However, this case is the main one for practice. It is the delay that is the decisive factor that limits the quality of regulation and the margin of stability. Therefore, practical calculations are inevitably complicated by the use of numerical methods at some stages of calculation with all their typical disadvantages (only the analysis of a specific numerical problem is possible, it is impossible to obtain general conclusions, solve the problem of synthesis, it is necessary to process large numerical arrays, while problems arise with the accumulation of calculation errors, etc.). The purpose of the system of automatic control, including when there is a delay in the feedback loop. It is proposed to replace the irrational transfer function of delay $e^{-p\tau}$ with the approximate rational formula $1/(\tau m p + 1)m$. The value of the order of approximation m is recommended to be 8 – 10 for calculations of optimal operating modes and 80 – 100 for calculations of modes near the stability limit. The estimated error of the transient process from such a replacement does not exceed 2%. The result of the calculation will be obtained in an analytical form (as a high-order formula). Performing calculations in a symbolic formulaic form is a feature of operational calculus. Modern computer tools for automating algebraic transformations (MathCad, MathLab, etc.) allow to operate with formulas of a very high order without problems.

Keywords: Transfer function; delay; rational approximation; operational calculus; feedback

References

1. Popovich, M. G., Kovalchuk, V. A. Theory of automatic control (2007): Textbook. Kyiv: Lybid, 656.
2. Inosov, S. V., Kornienko, V. M. (2013) Optimization of the algorithm for automatic control of thermal processes. – *Management of Development of Complex Systems*, 13, 104 – 108.
3. Inosov, S. V., Kornienko, V. M., Grechucha, V. V. (2014) An adaptation algorithm for proportional-integral action controller with biharmonic trial disturbance. *Management of Development of Complex Systems*, 19, 104-108.
4. Inosov, S.V., Skidanov, V.M., Sobolevska, T.G., Sidun, K.V. (2016) In-phase and antiphase disturbances in a two-loop system of connected control. *Management of Development of Complex Systems*, 27, 176-181.
5. Inosov, S., Bondarchuk, O. (2017) Discretization of the dynamic model of a thermal plant regulation with large quantization step in time. *Management of Development of Complex Systems*, 31, 190 – 195.
6. Inosov, S., Bondarchuk, O. (2018) Relationship between temperature measurement errors and the dynamics of thermal plant control. *Management of Development of Complex Systems*, 35, 162-166.
7. Inosov, S.V., Samoilenko, M.I. (2018) Synthesis and analysis of dynamics of digital algorithm of regulation of thermal technological plant with big step of quantization in time. *Management of Development of Complex Systems*, 36, 204-208.
8. Inosov, S.V., Bondarchuk, O.V., Illarionov, V.M. (2021) Adjustment of a PID regulator using transient function of the open control loop. *Management of Development of Complex Systems*, 46, 167 – 172.
9. Inosov, S.V., Bondarchuk, O.V. (2023) Analysis of possible reasons of erroneous identification of the dynamic parameters of a controlled thermal plant. *Management of Development of Complex Systems*, 54, 132 – 137.
10. Inosov, S., Illarionov, V., Sabalaeva, N. Research on identification of the spontaneous electrical heating system in the district electrical network. *Proceedings of the 4th International scientific and practical conference*. BoScience Publisher. Boston, USA. 2022. P. 171-175. URL: <https://sci-conf.com.ua/iv-mizhnarodna-naukovo-praktichna-konferentsiya-progressive-research-in-the-modern-world-28-30-12-2022-boston-ssha-arhiv/>.

Посилання на публікацію

- APA Inosov, S., Bondarchuk, O., Volters, A. & Volchkov, M. (2024). Application peculiarities of operational calculus for dynamic calculations of systems with delay. *Management of Development of Complex Systems*, 57, 181–186, [dx.doi.org/10.32347/2412-9933.2024.57.181-186](https://doi.org/10.32347/2412-9933.2024.57.181-186).
- ДСТУ Іносів С. В., Бондарчук О. В., Вольтерс А. О., Волчков М. В. Особливості застосування операційного числення для динамічних розрахунків систем із запізненням. *Управління розвитком складних систем*. Київ, 2024. № 57. С. 181 – 186, [dx.doi.org/10.32347/2412-9933.2024.57.181-186](https://doi.org/10.32347/2412-9933.2024.57.181-186).