

УДК 004.8(075):512.61+517.5:621.391

¹Минаев Юрий Николаевич

Доктор технических наук, профессор кафедры компьютерных систем и сетей

²Филимонова Оксана Юрьевна

Кандидат технических наук, доцент кафедры основ информатики

²Минаева Юлия Ивановна

Кандидат технических наук, доцент кафедры основ информатики

²Филимонов Георгий Александрович

Студент

¹Национальный авиационный университет, Киев²Киевский национальный университет строительства и архитектуры, Киев

ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ГРАНУЛИРОВАННОГО ВРЕМЕННОГО РЯДА И РЕШЕНИЕ НА ОСНОВЕ ГРАНУЛЯРНОГО КОМПЬЮТИНГА ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ

Аннотация. Рассмотрены вопросы решения задач прогнозирования гранулированного временного ряда (ВР) на уровне линейных матричных уравнений. Предложен алгоритм прогнозирования ВР на основании методологии решения ЛМУ, приведен пример решения задачи прогнозирования ВР, показана возможность повышения точности прогнозирования за счет использования присоединенных тензоров.

Ключевые слова: временной ряд, сингулярное разложения, матрицизация, информационная гранула, нечеткое множество, ближайшее Кронекерово произведение, тензор

Анотація. Розглянуто питання розв'язку задач прогнозування гранульованого ЧР на рівні лінійних матричних рівнянь. Запропоновано алгоритм прогнозування ЧР на підставі методології розв'язку ЛМР, наведено приклад розв'язку задачі прогнозування ЧР, показано можливість підвищення точності прогнозування за рахунок використання присєднаних тензорів.

Ключові слова: часовий ряд, сингулярне розкладення, матрицизація, інформаційна гранула, нечітка множина, найближчий Кронекерів добуток, тензор

Annotation. The questions of deciding the problems of forecasting granulated time series (TS) at a rate of single-line matrix equations are considered. The algorithm of forecasting TS on the grounds of methodologies of deciding linear matrix equations (LME) is offered, an instance deciding a problem of forecasting TS is cited, the possibility of raising accuracy of forecasting to the account of using joined tensors is shown.

The problems solving prediction granulated TS level of linear matrix equations. An algorithm based on TS forecasting methodology LME solutions, is an example of solving the problem of predicting TS, the possibility of increasing the accuracy of prediction by the use of associated tensors. A new method for solving forecasting granulated TS, which is built on identifying patterns of TS in the form of solutions of linear matrix equations, show the high efficiency of the method. Proved by the example of solving real applications that granular computing unifies prediction procedure TS regardless of their type: Forecasts clear or fuzzy TS can be performed using an algorithm of the same type.

Keywords: time series, singular decomposition, forecasting granulated TS, single-line matrix equations, information granule, nearest Kronecker product, tensor

Введение

В работе [1] показано, что интеллектуальный анализ ВР целесообразно проводить, используя сингулярные декомпозиции массива значений ВР

(окно), которое, в свою очередь, представляется матрицей. Правый и левый сингулярные векторы декомпозиций временного окна (матрицы) используются как компоненты НМ, которое преобразуется в информационную гранулу, таким

образом, анализ ВР рассматривается на уровне задач гранулярного компьютеринга. Одной из важных задач интеллектуального анализа ВР является прогнозирование значений ВР, особенно это актуально для принятия решений и планирования работы финансово-экономических систем. При этом следует учитывать, что решение задач прогнозирования необходимо выполнять в условиях неопределенности, в частности, нечеткости, многомерности ВР и др.

Современное состояние исследований

Решение задач прогнозирования ВР в условиях неопределенности связано с нечетким моделированием. Применение нечетких моделей при моделировании ВР, определение моделей нечетких ВР с точки зрения решения прикладной задачи – прогнозирования, впервые предложено в работах [2-5]. Математическую основу нечеткого моделирования ВР образуют нечеткие модели и теоретические выводы, основанные на теореме FAT (Fuzzy Approximation Theorem), согласно которой любая математическая система, в данном случае ВР, может быть аппроксимирована системой, основанной на нечеткой логике. Другими словами, с помощью естественно-языковых высказываний «ЕСЛИ-ТО», с последующей их формализацией средствами ТНМ, можно сколь угодно точно описать произвольную взаимосвязь «входы-выход».

В работе [6] показано, что для ВР различной природы моделирование и анализ их поведения с привлечением *дополнительных* знаний, описывающих неопределенность на основе НМ, позволяет не только решать традиционные задачи анализа числовых ВР, но и существенно расширяет их круг за счет обработки данных нового типа. Такими дополнительными знаниями обладают *информационные гранулы* [7; 8].

Цель статьи

Целью статьи является новый метод решения задач прогнозирования гранулированного ВР, который построен на определении закономерностей ВР, в форме решения линейных матричных уравнений. Рассмотрено использование гранулярного компьютеринга на примере решения реальных прикладных задач, независимо от их типа: прогнозы в четком или нечетком ВР могут выполняться с помощью алгоритма одного типа.

Основной материал исследования

Гранулирование ВР в виде тензоров с матрицами размерностью $m \times n$ неизбежно приводит к использованию линейных матричных уравнений (ЛМУ) [9-12]. Применение ЛМУ в решении задач

анализа ВР, в частности, прогнозирования на уровне гранулированных ВР в данное время неизвестно, хотя, по нашему мнению, существуют достаточно хорошо подготовленные задачи. Учитывая определенную новизну задачи, очертим схематично особенности их решения с целью упрощения понимания сути задачи.

Одним из изученных, в частности, в радиотехнике, типов ЛМУ есть универсальное уравнение Ляпунова, которое обобщенно имеет вид $AXB^T + CXD^T = Q$.

Особенностью ЛМУ этого типа есть то, что они легко конвертируются в стандартные форматы путем использования *векторизации* матрицы и использования тензорного произведения на основании известного из линейной алгебры тождества

$$\text{vec}\{AXB^T\} = (B \otimes A) \text{vec}\{X\},$$

где $\text{vec}\{\cdot\}$ означает постронковую векторизацию матрицы, \otimes – операция Кронекерова произведения.

Результат применения тождества к МУ дает линейное уравнение

$$(B \otimes A + D \otimes C) \text{vec}\{X\} = \text{vec}\{Q\},$$

которое может быть решено по отношению к $\text{vec}\{X\}$.

Известно несколько способов представления решения МУ. Преимущественно они основаны на разных способах представления векторизации, в частности,

$$\text{vec}\{AXB^T\} = (B \otimes A) \text{vecd}\{X\},$$

где X – диагональная матрица, которая содержит т.н. Khatri-Rao матричное произведение \otimes , как хорошо известный оператор *вытягивания* диагонали $\text{vecd}\{X\}$, который формирует вектор-колонку, которая состоит из диагональных элементов квадратной матрицы X , т.е. $\text{vecd}\{X\} = [X_{11} \ X_{22} \dots \ X_{LL}]^T$ вместо более длинной вектор-колонки $\text{vec}\{X\}$.

Отметим, что тензорное произведение матриц позволяет использовать практически любые формы преобразования матриц, в частности, диагональные матрицы, Жордановы матрицы и др. Кроме того, связи, существующие между Kronecker, Khatri-Rao и Schur-Hadamard матричными произведениями, позволяют существенно повысить эффективность вычислительных процедур при решении матричной проблемы метода наименьших квадратов (МНК).

Матричная МНК-проблема рассматривается на примере определения решения МУ

$$\min_X \left\| Q - AXB^T \right\|_F^2,$$

где A , B , Q – заданные (комплексно значные) матрицы размеров $NA \times L$, $NB \times L$ и $NA \times NB$ соответственно, неизвестная $L \times L$ матрица X является диагональной, принято, что $L < NA \cdot NB$, так

LS: $X_j \subset X, j=1,2,3$; TS: $X_j \subset X \parallel X_j \subset X, j=4,5,6$;
матрицы, созданные на основании этих множеств,
обозначены: для LS- $A_{old}, B_{old}, C_{old}$; для

TS- $A_{new}, B_{new}, C_{new}$ соответственно.

3⁰. Формирование обучающего МУ

$A_{old}X + XB_{old} = C_{old}$ и определение матрицы X .

4⁰. Формирование тестового соотношения

$$A_{new}X + XB_{new} = C_{new},$$

X – матрица, полученная на шаге 3⁰.

5⁰. Проверка:

$$\text{abs} \left(C_{new}^{ME} - C_{new}^{TS} \right) A_{new}X + XB_{new} = C_{new} < \varepsilon ?$$

6⁰. При условии выполнения п.5⁰ матрица X считается приемлемой и используется для прогнозирования; при условии невыполнения п.5⁰ матрица X корректируется, $X := X \pm \Delta_X$, Δ_X избирается эвристически, переход к п. 4⁰.

Пример. ВР задан в виде (рис.2, а), необходимо сформировать тестовую выборку, чтобы путем решения матричного уравнения $AX+XB=C$, где A, B, C – гранулы соответствующей размерности, определить матрицу X и определить (дать прогноз) значение ВР за пределами обучающей выборки.

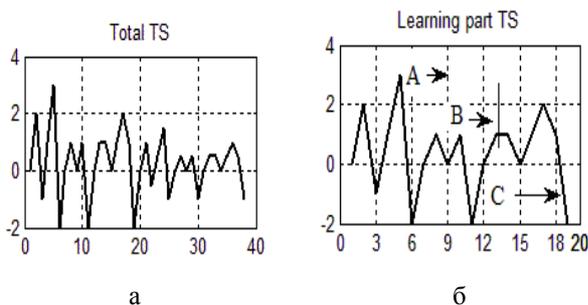


Рис. 2. Прогнозирование значений гранулированного ВР:

а – общий ВР; б - обучающая выборка:

A, B, C – подмножества ВР, на основании которых сформулированы матричные гранулы

В таблице приведены подмножества ВР (избранные окна) и сформулированы матричные

гранулы: $a \rightarrow [A]_3^3, b \rightarrow [B]_2^2, c \rightarrow [C]_3^2$:

Начальное матричное уравнение $AX+XB=C$,

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} +1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix},$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix},$$

где $X = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \\ x_{31} & x_{32} \end{pmatrix}$ – матрица размером 3×2 ,

является неизвестной.

На основании выше приведенных соотношений выполняем векторизацию ЛМУ

$$AX + XB = C \rightarrow (I_2 \otimes A + B^T \otimes I_3) \text{vec}(X) = \text{vec}(C),$$

где

$$\text{vec}(X) = (x_{11} \ x_{21} \ x_{31} \ x_{12} \ x_{22} \ x_{32})^T = \text{vec}(C) / (I_2 \otimes A + B^T \otimes I_3)$$

или в нотации MatЛаб:

$$\text{vec}(X) = \text{vec}(C) / (\text{kron}(\text{eye}(2), A) + \text{kron}(B^T, \text{eye}(3))) = \text{inv}(\text{kron}(\text{eye}(2), A) + \text{kron}(B^T, \text{eye}(3))) * \text{vec}(C)$$

Для упрощения вычислений выражение $\text{sumkr} = (\text{kron}(\text{eye}(2), A) + \text{kron}(B^T, \text{eye}(3)))$ вычисляется отдельно. Ниже приведены результаты вычислений:

$$\text{Sumkr} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 1 & 0 & -2 & 0 \\ -1 & -2 & 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -2 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\text{sumkr}^{-1} = \begin{pmatrix} 2.00 & -0.33 & 0.33 & 8.67 & -1.33 & 2.00 \\ -1.00 & 0.33 & -0.33 & -4.67 & 0.67 & -1.33 \\ 0 & 0.33 & 0.67 & -0.67 & 0.67 & 0.67 \\ 0 & 0 & 0 & 2.00 & -0.33 & 0.33 \\ 0 & 0 & 0 & -1.00 & 0.33 & -0.33 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.33 & 0.67 \end{pmatrix},$$

$$x = \text{inv}(\text{sumkr}) = \begin{pmatrix} 14.33 & -7.33 \\ -1.33 & 3.00 \\ -1.00 & -1.00 \end{pmatrix}.$$

Таблица

Подмножества ВР и сформулированные матричные гранулы

$a' = [0 \ 2 \ -1 \ 1 \ 3 \ -2 \ 0 \ 1 \ 0]$ 1 2 3 4 5 6 7 8 9 № элемента участка ВР	$b' = [1 \ -2 \ 0 \ 1]$ 10 11 12 13 № элемента участка ВР	$c' = [1 \ 0 \ 1 \ 2 \ 1 \ -2]$ 14 15 16 17 18 19 № элемента участка ВР
$A = [0 \ 1 \ 0; 2 \ 3 \ 1; -1 \ -2 \ 0];$	$B = [1 \ 0; -2 \ 1];$	$C = [1 \ 2; 0 \ 1; 1 \ -2];$

Тестовая проверка

Элементы BP: an=test_abs(20:28);
 bn=test_abs(29:32);
 cn=test_abs(33:38);

an={0 1.00 -0.50 0.50 1.50 -1.00 0 0.50 0};
 20 21 22 23 24 25 26 27 28
 № элемента участка BP

bn={0.50 -1.00 0 0.50};
 29 30 31 32
 № элемента участка BP

cn={ 0.50 0 0.50 1.00 0.50 -1.00};
 33 34 35 36 37 38
 № элемента участка BP

Матричные гранулы: An=reshape(an,3,3);
 Bn=reshape(bn,2,2);
 Cn=reshape(cn,3,2).

$$A_{new} = \begin{pmatrix} 0 & 0.50 & 0 \\ 1.00 & 1.50 & 0.50 \\ -0.50 & -1.00 & 0 \end{pmatrix},$$

$$B_{new} = \begin{pmatrix} 0.50 & 0 \\ -1.00 & 0.50 \end{pmatrix},$$

$$C_{new} = \begin{pmatrix} 0.50 & 1.00 \\ 0 & 0.50 \\ 0.50 & 1.00 \end{pmatrix}.$$

Результаты вычислений:

$$\text{sumkr1}=(\text{kron}(\text{eye}(2),\text{An})+\text{kron}(\text{Bn}',\text{eye}(3)))=$$

$$= \begin{pmatrix} 0.50 & 0.50 & 0 & -1.00 & 0 & 0 \\ 1.00 & 2.00 & 0.50 & 0 & -1.00 & 0 \\ -0.50 & -1.00 & 0.50 & 0 & 0 & -1.00 \\ 0 & 0 & 0 & 0.50 & 0.50 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.00 & 2.00 & 0.50 \\ 0 & 0 & 0 & -0.50 & -1.00 & 0.50 \end{pmatrix},$$

$$\begin{aligned} \text{Cn} &= \text{sumkr1} * \text{X} = \\ &= (\text{kron}(\text{eye}(2),\text{An}) + \text{kron}(\text{Bn}',\text{eye}(3))) * \text{X} = \\ &= \{ 0.50 \ -0.00 \ 0.50 \ 1.00 \ 0.50 \ -1.00 \}. \end{aligned}$$

Мы видим, что векторы C_n и $\text{vec}(C_{new})$ полностью совпадают.

Авторами предложена модель виртуального нейросетевого процессора [14] для решения систем линейных уравнений размерности 100×100 , особенностью которой является то, что она позволяет вычислять довольно точно обратную матрицу при значениях детерминанта в пределах $10^{-30} \div 10^{-35}$, стандартные математические пакеты, в частности МатЛаб, при таких значениях детерминанта требуют использования псевдообратной матрицы, т.е. существенно ухудшают результат вычислений.

Повышение точности прогнозирования

Проведенные исследования показали, что тензорные разложения и определение ближайших к ним Кронекеровых произведений позволяет выбрать наиболее рациональные (с точки зрения точности) присоединенные тензоры, позволяющие существенно повысить точность прогнозирования.

Известно [15], что произвольному тензору A можно однозначно сопоставить симметричный тензор (симметричная часть A), обозначаемый как $A^s = 1/2(A + A^T)$. Аналогично, любому тензору A можно однозначно сопоставить антисимметричный тензор $A^a = 1/2(A - A^T)$. Очевидно, что любой тензор однозначно раскладывается на симметричную и антисимметричную части: $A = A^s + A^a$. Кроме того, любому симметричному тензору A можно однозначно сопоставить шаровой тензор по правилу $A^* \equiv 1/3(\text{trace } A) \cdot I$. Симметричный тензор называется девиатором, если его след равняется нулю. Произвольный симметричный тензор можно представить в виде разложения на шаровой тензор и девиатор:

$$A = 1/3(\text{trace } A) \cdot I + A^d \Rightarrow \text{trace } A^d = 0, (A = A^T).$$

Предположим, что гранула BP с окном с 9-ти элементов, $X_t^{(j)} = \{x_i(t)\}_{i=1}^9$ имеет вид тензора 2-го

$$\text{ранга с матрицей } 3 \times 3 - T_x^{(j)} = \begin{pmatrix} 3.37 & 2.21 & 2.14 \\ 1.58 & 3.23 & 1.04 \\ 2.51 & 2.90 & 3.05 \end{pmatrix}.$$

Максимальное, минимальное и среднее значение определены как: $[\max(\max(T_x^{(j)})) \text{ mean}$

$$(\text{mean}(T_x^{(j)})) \min(\min(T_x^{(j)}))] \rightarrow [3.37 \ 1.04 \ 2.45],$$

что позволило в соответствии с принятыми в ТНМ эвристическими правилами сформировать НМ с треугольной ФП в виде утверждения

$$\tilde{X}_t^{(j)} = \{x / \mu^x\} = \langle \text{примерно } 2.45 \rangle = \{1.04/0 \ 2.45/1.37/0\},$$

$$\text{дефадзифицированное значение} - \text{def}(\tilde{X}_t^{(j)}) = 2.45.$$

Определим НМ

$$\tilde{c} = \{c / \mu^c\} = (c_1 / \mu^{c1}; c_2 / \mu^{c2}; c_3 / \mu^{c3}),$$

ближайшее (в смысле F-нормы) к заданному четкому множеству – тензору, который моделирует окно. Ниже приведены результаты вычислений:

$$[u \ s \ v] = \text{svd}(c)$$

$$u = \begin{pmatrix} -0.60 & 0.51 & -0.62 \\ -0.47 & -0.85 & -0.24 \\ -0.65 & 0.14 & 0.75 \end{pmatrix}, \quad s = \begin{pmatrix} 7.46 & 0 & 0 \\ 0 & 1.55 & 0 \\ 0 & 0 & 0.92 \end{pmatrix},$$

$$v = \begin{pmatrix} -0.59 & 0.48 & -0.65 \\ -0.63 & -0.77 & 0.01 \\ -0.50 & 0.42 & 0.76 \end{pmatrix}.$$

а) $\tilde{c}_1^{nearest} = c_{fuz} = [abs(u(:,1))*s(1,1) \ abs(v(:,1))]=$

$$= \begin{pmatrix} 4.46 & 0.59 \\ 3.50 & 0.63 \\ 4.85 & 0.50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \mu^{c1} \\ c_2 \mu^{c2} \\ c_3 \mu^{c3} \end{pmatrix}, \text{def}(\tilde{c}_1^{nearest}) =$$

$= \text{deuzz}(c_{fuz}(:,1), c_{fuz}(:,2), 'centroid') = 4.22;$

б) $\tilde{c}_2^{nearest} = [[abs(u(1,1))*s(1,1) \ abs(u(2,1))*s(2,2)$

$$\text{abs}(u(3,1))*s(3,3)] \ \text{abs}(v(:,1))] = \begin{pmatrix} 4.46 & 0.59 \\ 0.73 & 0.63 \\ 0.60 & 0.50 \end{pmatrix},$$

$\text{def}(\tilde{c}_2^{nearest}) =$

$= \text{defuzz}(cfuz1(:,1), cfuz1(:,2), 'centroid') = 1.96;$

в) $c^S = \frac{1}{2} (c + c^T) = [[abs(u(1,1))*s_0(1)$

$\text{abs}(u(2,1))*s_0(2) \ \text{abs}(u(3,1))*s_0(3)] \ \text{abs}(v(:,1))] =$

$$= \begin{pmatrix} 4.30 & 0.59 \\ 0.49 & 0.63 \\ 0.91 & 0.50 \end{pmatrix}, \text{ где } s_0 - \text{ вектор сингулярных величин}$$

тензора $T_X^{(j)}$.

г) девиатор: $c^d = c - \text{trace}(c^s) * \text{eye}(3) / 3 = \begin{pmatrix} 0.15 & 2.21 & 2.14 \\ 1.58 & 0.01 & 1.04 \\ 2.51 & 2.90 & -0.17 \end{pmatrix},$

$[u_d \ s_d \ v_d] = \text{svd}(c^d) \rightarrow$

$$u_d = \begin{pmatrix} -0.54 & -0.83 & -0.13 \\ -0.26 & 0.02 & 0.96 \\ -0.80 & 0.55 & -0.23 \end{pmatrix}, \quad s_d = \begin{pmatrix} 4.51 & 0 & 0 \\ 0 & 2.27 & 0 \\ 0 & 0 & 1.53 \end{pmatrix},$$

$$v_d = \begin{pmatrix} -0.56 & 0.57 & 0.61 \\ -0.78 & -0.11 & -0.62 \\ -0.29 & -0.82 & 0.50 \end{pmatrix}$$

НМ, ближайшая к c^d : $\tilde{c}_d^{nearest}$

$$= c_{dfuz} = [abs(u_d(:,1))*s_d(1,1) \ \text{abs}(v_d(:,1))] = \begin{pmatrix} 2.71 & 0.56 \\ 2.49 & 0.78 \\ 2.60 & 0.29 \end{pmatrix},$$

$\text{def}(\tilde{c}_d^{nearest}) = 2.58;$

д) изотропный (шаровой) тензор:

$$c^{izo} = \text{trace}(c^s) * \text{eye}(3) / 3 = \begin{pmatrix} 3.22 & 0 & 0 \\ 0 & 3.22 & 0 \\ 0 & 0 & 3.22 \end{pmatrix},$$

$[u_i \ s_i \ v_i] = \text{svd}(c^{izo}) \rightarrow$

$$u_i = \begin{pmatrix} 1.00 & 0 & 0 \\ 0 & 1.00 & 0 \\ 0 & 0 & 1.00 \end{pmatrix}, \quad s_i = \begin{pmatrix} 3.22 & 0 & 0 \\ 0 & 3.22 & 0 \\ 0 & 0 & 3.22 \end{pmatrix},$$

$$v_i = \begin{pmatrix} 1.00 & 0 & 0 \\ 0 & 1.00 & 0 \\ 0 & 0 & 1.00 \end{pmatrix}.$$

НМ, ближайшая c^{izo} : $\tilde{c}_{izo}^{nearest} =$

$$= c_{ifuz} = [abs(u_i(:,1))*s_i(1,1) \ \text{abs}(v_i(:,1))] = \begin{pmatrix} 3.22 & 1.00 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Дадим комментарий полученным результатам. В общем случае тензорная декомпозиция данной гранулы дает 3 матрицы: 1-я – ближайшая к исходной; значимость 2-ой согласно вычисленным сингулярным величинам составляет величину 1.55/7.46, 3-ей - 0.96/7.46 соответственно, т.е. 20% и 12 %. Итак, точность полученных результатов не превышает 20 %. В п.б) приведена матрица $\tilde{c}_2^{nearest}$, которая не является ближайшей в смысле F-нормы, т. к. вычислена с одновременным учетом всех диагональных элементов матрицы s сингулярного разложения, но в некоторых случаях она может использоваться как близкая к матрице девиатора.

Подводя итог изложенному, нужно обратить внимание на следующее. Разложение тензора на девиаторную и изотропную части соответствует выделению *вариабельной* и *константной* частей объекта. В нашем случае нетрудно видеть, что НМ, ближайшая к девиатору, имеет дефадзифицированное значение, практически совпадающее с дефадзифицированным значением НМ с треугольной ФП, определенным по стандартными для ТНМ правилами, т.е. для максимального, минимального и среднего значений множества данных (массива), моделирующего окно (часть) четкого ВР.

Отметим характерную особенность девиаторной части тензора $T_X^{(j)}$: диапазон значений девиатора $\Gamma^d = [2.49, 2.70]$ является не только таким, что вкладывается в диапазон значений ВР $\Gamma^{IMD} = [1.04, 3.37]$, т.е. $\Gamma^d \subset \Gamma^{IMD}$, но есть *наименьшим* из всех диапазонов, которые рассматриваются, и является альтернативным значением к дефадзифицированному значению.

Подытоживая изложенное, нужно считать, что гранулярный компьютеринг ВР, когда гранулы образованы на основании тензорных моделей окон ВР и нечетких переменных, является новым методом анализа ВР, который позволяет существенно повысить точность прогнозирования ВР.

Выводы

Предложен новый метод решения задач прогнозирования гранулированного ВР, который построен на определении закономерностей ВР, в форме решения линейных матричных уравнений, показана высокая эффективность метода. На примере решения реальных прикладных задач доказано, что гранулярный компьютеринг позволяет унифицировать процедуру прогнозирования ВР независимо от их типа: прогнозы в четком или нечетком ВР могут выполняться с помощью алгоритма одного типа.

Список литературы

1. Минаев Ю.Н., Филимонова О.Ю., Минаева Ю.И. Интеллектуальный анализ временных рядов (BP) Сингулярных декомпозиций и гранулярный компьютеринг в задачах интеллектуального анализа временных рядов. – 2014. – №18. – С.112-118.
2. Song Q., Chissom B. Fuzzy time series and its models // Fuzzy Sets and Systems. – №54 (1993) – P. 269-277.
3. Song Q., Chissom B. Forecasting enrollments with fuzzy time series –Part I // Fuzzy Sets and Systems. – №54 (1993) –P. 1-9.
4. Song Q., Chissom B. Forecasting enrollments with fuzzy time series – Part II // Fuzzy Sets and Systems. – №64 (1994) – P. 1-8.
5. Chen S. M. Forecasting enrollments based on fuzzy time series // Fuzzy Sets and Systems. – № 81 (1996) – P. 311–319.
6. Дегтярев К. Ю. Применение специализированных компьютерных программ и методов, основанных на нечетких временных рядах для краткосрочного прогнозирования USB/RUB котировок / Интернет-ресурс: <http://www.exponenta.ru/educat/news/degtyarev/pa-per.pdf>; дата обращения 30.12.2013.
7. Минаев Ю.Н., Филимонова О.Ю., Минаева Ю.И. Тензорные модели НМ-гранул и их применение для решения задач нечеткой арифметики. «Искусственный интеллект». – №2, 2013. – С.18-31.
8. Cichocki A. Tensor Decompositions: A New Concept in Brain Data Analysis? arXiv: 1305.0395v1 [cs.NA] 2 May 2013. – 19 pp.
9. Van Loan Ch.F. Block Matrix Computations and the Singular Value Decomposition A Tale of Two Ideas. - Интернет-ресурс. www.ecsecure-host.com
10. Van Loan Ch.F. The ubiquitous Kronecker product. Journal of Computational and applied mathematics. 2000, 123(1-2): 85-100
11. Skillicorn D. B. Understanding complex datasets: data mining with matrix decompositions /2007 by Taylor and Francis Group, LLC. – 257 pp.
12. Laub Al. J. Matrix Analysis for Scientists and Engineers" Alan J. Laub. ... from SIAM at www.ecsecure-host.com/SIAM/or91.htm ©2005 by the Society for Industrial and Applied Mathematics
13. Lev-Ari H. Efficient Solutions of linear matrix equation with application to multis-tatic antenna array processing communication and systems. Vol. 5, No. 1, pp. 123-130, 2005.
14. Минаев Ю.Н., Филимонова О.Ю., Лиес Б.А. Методы и алгоритмы решения задач идентификации и прогнозирования в условиях неопределенности в нейросетевом логическом базисе.- М.: Диалог-МИФИ, 2006. – 224 с.
15. Зубов Л. М., Карякин М. И. Элементы тензорного исчисления. Учеб. Пособие. Ростов: Изд-во Ростовского государственного университета. – 108 с. Интернет-ресурс.

References

1. Minaev Y.N., Filimonov O.Y., Minayeva Y.I. (2014). Intelligent analysis of time series (BP) Singular decomposition and granular computing tasks in time series mining. – 2014. – №. 18 – S. 112-118.
2. Song Q., Chissom B. (1993). Fuzzy time series and its models // Fuzzy Sets and Systems. – № 54 (1993) – R. 269-277.
3. Song Q., Chissom B. (1993). Forecasting enrollments with fuzzy time series-Part I // Fuzzy Sets and Systems. – № 54 (1993) p. 1-9.
4. Song Q., Chissom B. (1994). Forecasting enrollments with fuzzy time series - Part II // Fuzzy Sets and Systems. – № 64 (1994) – R. 1-8.
5. Chen SM (1996).Forecasting enrollments based on fuzzy time series // Fuzzy Sets and Systems. – № 81 (1996) – R. 311-319.
6. Degtyarev K.Y.(2013). Application of specialized computer programs and methods based on fuzzy time series for the short-term forecasting USB / RUB quotes / Internet resource: <http://www.exponenta.ru/educat/news/degtyarev/pa-per.pdf>; date accessed 30.12.2013.
7. Minaev Y.N., Filimonova O.Y., Minayeva J.I.(2013) Tensor model HM - granules and their application to solving fuzzy arithmetic. "Artificial Intelligence". – № 2, 2013. – P.18 - 31.
8. Cichocki A.(2013) Tensor Decompositions: A New Concept in Brain Data Analysis? arXiv: 1305.0395v1 [cs.NA] 2 May 2013. – 19 pp.
9. Van Loan Ch.F. Block Matrix Computations and the Singular Value Decomposition A Tale of Two Ideas. - Services Internet resource <http://www.ecsecure-host.com>:
10. Van Loan Ch.F. (2000). The ubiquitous Kronecker product. Journal of Computational and applied mathematics. 2000, 123 (1-2): 85-100.
11. Skillicorn DB (2007). Understanding complex datasets: data mining with matrix decompositions / 2007 by Taylor and Francis Group, LLC. – 257 pp.
12. Laub Al. J. Matrix Analysis for Scientists and Engineers "Alan J. Laub.... from SIAM at www.ecsecure-host.com/SIAM/or91.htm © 2005 by the Society for Industrial and Applied Mathematics.
13. Lev-Ari H. Efficient Solutions of linear matrix equation with application to multis-tatic antenna array processing communication and systems. Vol. 5, No. 1, pp. 123-130, 2005.
14. Minaev Y.N., Filimonova O.Y., Lies BA (2006). Methods and algorithms for solving identification and forecasting under uncertainty in the neural network logical basis. – Moscow: Dialog – MIFI 2006. – 224.
15. Zubov. L.M., Karjakin M.I. Tensor elements ischisleniya.Ucheb. allowance. Publishing House of the Rostov State University. – 108. Internet resource.

Статья поступила в редколлегию 16.07.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.К. Антонов, Национальный авиационный университет, Киев.