УДК 004.8(075):512.61+517.5:621.391

[1]**Минаев Юрий Николаевич**
Доктор технических наук, профессор кафедры компьютерных систем и сетей
[2]**Филимонова Оксана Юрьевна**
Кандидат технических наук, доцент кафедры основ информатики
[2]**Минаева Юлия Ивановна**
Кандидат технических наук, доцент кафедры основ информатики
[2]**Филимонов Георгий Александрович**
Студент

[1]*Национальный авиационный университет, Киев*
[2]*Киевский национальный университет строительства и архитектуры, Киев*

ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ. СИНГУЛЯРНЫЕ ДЕКОМПОЗИЦИИ И ГРАНУЛЯРНЫЙ КОМПЬЮТИНГ В ЗАДАЧАХ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО АНАЛИЗА ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Рассматриваются вопросы интеллектуального анализа данных, представленных временными рядами (ВР), на основе моделей гранулярного компьютинга, включающих матрицизацию окна ВР с последующим сингулярным разложением. Показана возможность представления четкого гранулированного ВР нечетким и нечеткого гранулированного ВР – четким.

Ключевые слова: временной ряд, сингулярное разложения, матрицизация, информационная гранула, нечеткое множество, ближайшее Кронекерово произведение, тензор

Розглядаються питання інтелектуального аналізу даних, представлених часовими рядами (ЧР), на підставі моделей гранулярного комп΄ютингу, що вміщують матрицизацію вікна ЧР з наступним сингулярним розвиненням. Показано можливість представлення чіткого гранульованого ЧР нечітким та нечіткого гранульованого ЧР – чітким.

Ключові слова: часовий ряд, сингулярне розкладення, матрицизація, інформаційна гранула, нечітка множина, найближчий Кронекерів добуток, тензор

The questions of intellectual data analysis, presented by time series, on the base of granular computing models, include matricing time series windows with following singular decomposition are observed. The possibility of presentations crisp granular time series by fuzzy granular TS and fuzzy granular time series by crisp granular TS is shown.
Intelligent analysis of time series is made by structuring time series windows of tensors of rank 2 matrices with dimension m´m or m´n, (which play the role of information granules (tensor-granules). Structuring the input data is represented as a square matrix that can significantly reduce the size of the task, open up opportunities for solving tasks in forecasting matrix structuring the time series in the use of the nearest neighbour method, which serve not the individual elements of a sequence, but tensors. Is shown the existence of dualism between crisp and fuzzy time series regardless of conditions the granular clear time series may be represented in the form of fuzzy time series, which has an element of FS-granule, and vice versa, any fuzzy time series can be presented clearly. Observe that the duality affects only granulated time series.

Keywords: time series, singular decomposition, matricing, information granule, fuzzy set, nearest Kronecker product, tensor

Введение

Целый ряд задач управления связан с необходимостью использования информации и знаний, получаемых на основании интеллектуального анализа данных (ИАД), представленных в частности временными рядами (ВР). В качестве примера приведем задачи идентификации аномальных состояний трафика компьютерных систем, принятия решений и планирования работы финансово-экономических, промышленных, технических и др. систем. При этом следует учитывать, что ВР может быть нечетким, многомерным или содержать пропуски отдельных значений.

Современное состояние исследований

В работе [1] ИАД представлен как процесс использования data mining – алгоритмов для выделения знания (извлеченных из баз фактов) в соответствии с формулируемыми критериями принятия результатов при условии необходимого предпроцессинга, формирования выборок из базы фактов и некоторых ее преобразований. Наиболее характерным здесь является многообразие методов извлечения новых знаний из баз фактов: статистические процедуры, деревья решений и др. Общим в различных реализациях ИАД является недостаточная формализованность данных при наличии, однако, уверенности, что извлекаемость из этих данных полезных знаний посредством компьютерных программ каким-то образом возможна.

Гранулярный компьютинг (ГрК), как средство обработки данных, в т.ч. и ВР, обязан своими результатами решению проблемы вычислений со словами [2–5]. Основные подходы к решению задач интеллектуального анализа ВР (Time Series Data Mining-TSDM), как показано в работе [6], в настоящее время включают статистические, нейросетевые и нечеткие модели и технологии. Теория нечетких множеств (ТНМ), получившая широкое применение в этом направлении исследований, дает возможность приближенного (в ряде случаев далекого от реальности) качественного способа описания поведения сложных и плохо определенных систем, но достаточно формализованного, что допускает альтернативность оценок.

Сложность состоит в том, что в каждом конкретном случае точность решения не контролируема и должна быть согласована с требованиями задачи, др. словами, подогнана под реальные условия. Отметим, что современные интеллектуальные технологии типа нечетких экспертных систем или нечетких моделей нейронных сетей предполагают обязательное *наличие паттернов*, что представляет собой задачу, по сложности не уступающую исходной.

При исследовании ВР возникает целый ряд трудностей, основными из которых являются [6; 7]:

– априори не могут быть определены вероятностные характеристики процесса, описываемого ВР;

– неопределенность и неполнота в исходной информации, проявляющаяся в ее многообразии – от значения до массива значений;

– сложный характер искомой зависимости;

– малое или очень большое количество элементов выборки.

Нечеткое моделирование ВР, основанное на предварительной фадзификации четкого ВР, впервые предложено в работе [7]. Это было не только первое применение нечетких моделей при моделировании ВР и первое определение моделей нечетких ВР, но и решение прикладной задачи – прогнозирования. Математическую основу нечеткого моделирования ВР образуют нечеткие модели и теоретические выводы, основанные на теореме FAT (Fuzzy Approximation Theorem), согласно которой любая математическая система, в данном случае ВР, может быть аппроксимирована системой, основанной на нечеткой логике. Др. словами, с помощью естественно-языковых высказываний «ЕСЛИ-ТО», с последующей их формализацией средствами ТНМ, можно сколь угодно точно описать произвольную взаимосвязь «входы-выход».

Для ВР различной природы моделирование, анализ их поведения с привлечением *дополнительных* знаний, описывающих неопределенность на основе НМ, позволяет не только решать традиционные задачи анализа числовых ВР, но и существенно расширяет их круг за счет обработки данных нового типа. Такими дополнительными знаниями обладают *информационные гранулы* [8].

Гранулы могут быть рассмотрены в двойной перспективе. Первая, которая входит во многие вычислительные методы и технику как *квантование*, теория грубых множеств, деревья решений и др. объекты соответствует *четкой* интерпретации гранулы. Таким образом, процесс декомпозиции встроен в непересекающиеся гранулы, которые могут легко быть различимы. Вторая перспектива появляется в тех процессах, которые связаны с человеческой аргументацией: *нечеткая* интерпретация *четкой* гранулы, при этом в большинстве ситуаций гранула может быть интерпретирована как *нечеткое множество* точек, рисуемое вместе на основе их сходства.

Существуют объективные трудности при идентификации гранулы и расширении ее значения на неопределенном пути ее использования, т.к. четкие гранулы обычно связываются с нечеткими атрибутами. Например, возможно классифицировать устройства хранения (четкие гранулы) согласно атрибуту "*возможность хранения*" с нечеткими величинами "большая", "средняя" или "низкого уровня". Эта нечеткость интерпретации гранул, их атрибуты и их величины характерны для способов их применения, в которых формируются человеческие понятия, организовываются и реализуются манипуляции с ними.

Цель статьи

Целью статьи является описание метода интеллектуального анализа ВР путем структурирования окон временного ряда .

Структурирование входных данных для задач прогнозирования ВР основано на представлении их в виде квадратичных матриц на основе принципа ближайшего соседа, в качестве которого выступает тензор.

Основной материал исследования

В работе [9] показано, что тензорные декомпозиции (ТД) могут рассмариваться как новая концепция в интеллектуальном анализе данных, т.к. кроме известных уже приложений, ТД могут быть потенциально применены для многих др. технических приложений, в частности, выделения признаков, классификаций, уменьшения размерности, многомерной кластеризации и др.

Представленная работа в известной мере подготовлена в русле идеологии *новых приложений* тензорных декомпозиций. Проведенный анализ показал, что наиболее актуальными и недостаточно рассмотренными современной наукой задачами в области ИА ВР являются следующие:

– интеллектуальный анализ четкого ВР путем представления k-го окна ${}^{k}\{x_i\}_1^n$ тензор-гранулой T_x^k в форме тензора 2-го ранга с матрицей $n_1{\times}m_1=n$, в частности, матрицей 3×3, ${}^{k}\{x_i\}_1^n \to \left[T_x^k\right]$, стилизованная схема приведена ниже:

$$\overbrace{\underbrace{x_1 x_2 \cdots x_n}_{1-\text{е окно}} \cdots \underbrace{x_1 x_2 \cdots x_n}_{k-\text{е окно}} \cdots \underbrace{x_1 x_2 \cdots x_n}_{K-\text{е окно}}}^{\text{Временной ряд}}$$

$$\downarrow \qquad\qquad \downarrow \qquad\qquad \downarrow$$

$$\begin{bmatrix}\text{Тензор-}\\ \text{гранула}\end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix}\text{Тензор-}\\ \text{гранула}\end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix}\text{Тензор-}\\ \text{гранула}\end{bmatrix}$$

– представление четкого ВР в виде совокупности НМ-гранул, $\bigcup_k {}^{k}\{x_i\}_1^n \circledR \bigcup_k \left[T_x^k\right]$ или блочной матрицы, элементом которой является $\left[T_x^k\right]$;

– представление четкого гранулированного ВР в виде совокупности НМ-гранул, построенных на основе ближайшего Кронекерова произведения гранул,

$$\left[T_x^k\right] \approx u_{T_x^k}(n,1) \quad \tilde{A} \approx v_{T_x^k}(n,1),$$

где $[\, v_{T_x^k} \; s \; u_{T_x^k}\,]=\mathrm{svd}([\,T_x^k\,])$;

– интеллектуальный анализ нечеткого ВР $\tilde{X} \to \bigcup_k {}^{k}\{\tilde{x}\}$, где $\tilde{x}=\{x/\mu^x\}$, путем его гранулирования в виде блочного тензора 2-го ранга, где каждый блок состоит из совокупности матриц тензоров, соответствующих окну НВР, построенных на основе КП $x \otimes \mu^x$

$$\tilde{X} \to \bigcup_{i=1}^{m} \begin{pmatrix} [T_x^i]_{11} \cdots [T_x^i]_{13} \\ \vdots \\ [T_x^i]_{31} \cdots [T_x^i]_{33} \end{pmatrix}_3^3, \quad \tilde{x} = \left(x^1 \mu_{x^1}; x^2 \mu_{x^2}; x^3 \mu_{x^3} \right),$$

$\tilde{x} \to T_x = x \otimes \mu^x$, $[T_x^i]_i^j$ – тензорная гранула для НМ-гранулы, стилизованная схема приведена ниже:

$$\overbrace{\underbrace{\tilde{x}_1 \; \tilde{x}_2 \cdots \tilde{x}_n}_{} \cdots \underbrace{\tilde{x}_1 \; \tilde{x}_2 \cdots \tilde{x}_n}_{} \cdots \underbrace{\tilde{x}_1 \; \tilde{x}_2 \cdots \tilde{x}_n}_{}}^{\text{Нечеткий временной ряд}};$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \qquad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \qquad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$\underbrace{x\otimes\mu^x \, x\otimes\mu^x \cdots x\otimes\mu^x}_{1-\text{е окно}} \quad \underbrace{x\otimes\mu^x \, x\otimes\mu^x \cdots x\otimes\mu^x}_{k-\text{е окно}} \quad \underbrace{x\otimes\mu^x \, x\otimes\mu^x \cdots x\otimes\mu^x_n}_{K-\text{е окно}}$$

$$\downarrow \qquad\qquad \downarrow \qquad\qquad \downarrow$$

$$\begin{bmatrix}\text{Тензор-}\\ \text{гранула}\end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix}\text{Тензор-}\\ \text{гранула}\end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix}\text{Тензор-}\\ \text{гранула}\end{bmatrix}$$

– прогнозирование значений гранулярного ВР на основании методов решения линейных матричных уравнений (ЛМУ).

ГрК – это методы и алгоритмы обработки информации, представленной информационными *гранулами*, т.е. объектами, созданными на основании объединения их элементов по причине близости, нераспознаваемости или адекватного функционального назначения: НМ, интервал, стандартное множество–примеры элементарных гранул. В работах [10; 11] показана возможность представления НМ-гранулы объектом, который представляет собой Кронекерово (тензорное) произведение элементов НМ – массивов (векторов) значений и ФП.

НМ-гранула рассматривается в виде подмножества упорядоченных пар: $\tilde{A} = \{U, \mu\}$, где U – универсум, m – ФП, $u = [u_1 u_2 \ldots u_n]$, $m=[m_1\, m_2 \ldots m_n]$, $\tilde{A}=\{u_i/\mu_i^{(u)}\}_{i=1}^n$, $\mu_i^{(u)} \circledR \left[0,1\right]$, $\tilde{A} \subset U \times \left[0,1\right]$. представленного в виде тензоров $\mathbf{A}_{(1)}$ и $\mathbf{A}_{(2)}$:

$$\tilde{A} \circledR \mathbf{A}_{(1)} = \left(u_i \otimes \mu_i^{(u)} \right)_{i=1}^n = \begin{pmatrix} u_1 & \mu_1^{(u)} \\ & \vdots \\ u_n & \mu_n^{(u)} \end{pmatrix},$$

$$\tilde{A}®\mathbf{A}_{(2)} = \left([u] \otimes [\mu^{(u)}]^T \right)_{i=1}^{n} = \begin{pmatrix} u_1\mu_1^{(u)} \cdots u_1\mu_n^{(u)} \\ \vdots \\ u_n\mu_1^{(u)} \cdots u_n\mu_n^{(u)} \end{pmatrix},$$

Характерной особенностью ГрК есть то, что процедура обработки гранулы и результаты работы с нею относятся целиком к грануле, т.е. каждый отдельный элемент может иметь свойства гранулы с разной степенью доверия. Например, прогнозирование ВР основано на использовании окон, отдельных подмножеств ВР, т.е. последовательные элементы $\{x_i, x_{i+1},..., x_n\} \in X^{(j)} \subset X$ образовывают окно-гранулу. На рис. 1 представлен временной ряд, где гранулы построены на окнах одной длины.

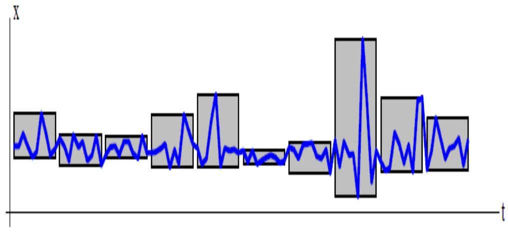
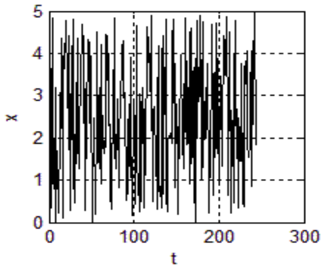
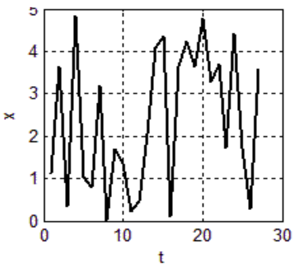


Рис. 1. Гранулированный временной ряд, гранулы построены на окнах одной длины

Отметим, что работа с отдельным окном (рис. 1) в общем случае есть ГрК, даже обработка отдельных элементов окна, когда на основании значений $\{x_i, x_{i+1},..., x_{n-1}\}$ определяется значение x_n; на основе гранул $X^{(j)}, X^{(j+1)}, \ldots, X^{(k)} \subset X$ возможно дать прогноз гранулы $X^{(k+1)} \subset X$ или их коллекции. На рис. 2, 3 приведен пример реального ВР и окон, построенных на его основе:



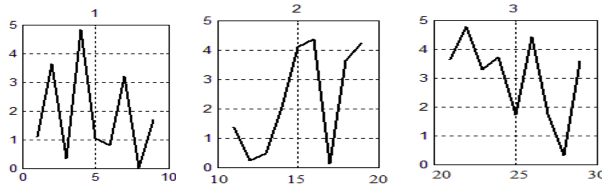
а



б

Рис. 2. Реальный ВР: *а* – исследуемый ВР; *б* – фрагмент исследуемого ВР (первые 27 элементов)

ГрК позволяет унифицировать процедуру прогнозирования ВР независимо от их типа – прогнозы в четком или нечетком ВР могут выполняться с помощью алгоритма одного типа, кроме того, существует дуализм между четким и нечетким ВР: независимо от условий гранулированный четкий ВР может быть представлен в виде гранулированного нечеткого ВР, элементом которого есть НМ-гранула, и наоборот, любой нечеткий ВР может быть представлен четким.



x_1 *а* x_2 *б* x_3 *в*

Рис. 3. Последовательные участки фрагмента ВР (*а*, *б*, *в*)

$$x_1 = \begin{pmatrix} 1.11 \\ 3.63 \\ 0.34 \\ 4.82 \\ 1.04 \\ 0.81 \\ 3.19 \\ 0.00 \\ 1.68 \end{pmatrix}, \quad x_2 = \begin{pmatrix} 1.38 \\ 0.22 \\ 0.47 \\ 2.05 \\ 4.08 \\ 4.35 \\ 0.11 \\ 3.64 \\ 4.24 \end{pmatrix}, \quad x_3 = \begin{pmatrix} 3.64 \\ 4.78 \\ 3.28 \\ 3.71 \\ 1.72 \\ 4.42 \\ 1.74 \\ 0.30 \\ 3.59 \end{pmatrix}.$$

ГрК в задачах анализа временных рядов основан на следующем аппарате математических методов.

Пусть ВР X(t) представлен в виде $X(t) = \bigcup_{k=1}^{s} \{^{(k)}x_i(t)\}_{i=1}^{m}$, окно ВР – $\{^{(k)}x_i(t)\}_{i=1}^{m}$.

Гранулирование ВР–процедура матрицизации векторов $X_i \subset X$,

$$X_1 = \{^{(1)}x_i(t)\}_1^m, \ldots, X_k = \{^{(k)}x_i(t)\}_1^m, \ldots,$$

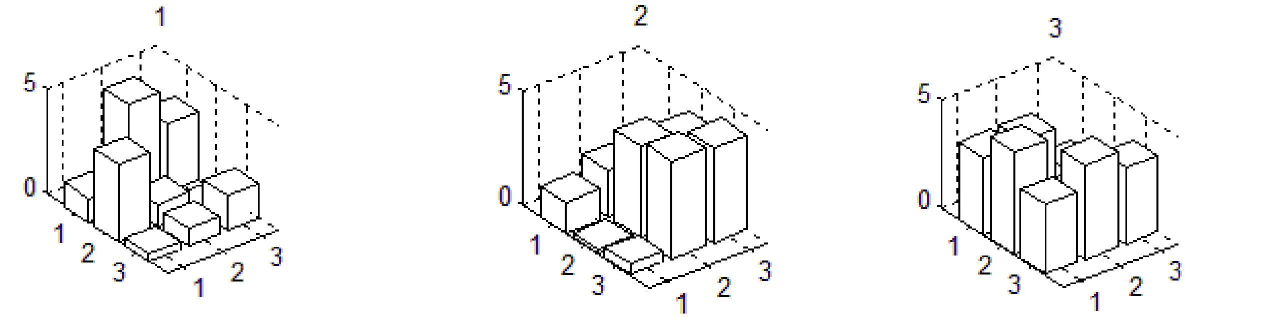
которые рассматриваются в интервале [1:m], при этом m=n ×n, или m=p×q:

$$\underbrace{\{x_1(t),...,x_m(t)\}}_{\text{окно ВР}} ® \underbrace{T_x}_{\text{тензор-гранула}} = \begin{pmatrix} x_{11}=x_1(t) & \cdots & x_{1n}=x_n(t) \\ x_{21}=x_2(t) & \cdots & x_{2n}=x_{n+n}(t) \\ & \vdots & \\ x_{n1}=x_{n+1}(t) & \cdots & x_{nn}=x_m(t) \end{pmatrix}.$$

Обязательное условие: векторизация гранулы T_x должна давать начальный вектор, т.е. окно ВР:

$$vec(T_x)=[x_1(t),...,x_m(t)]^T.$$

На рис. 4 приведено стилизованное изображение отдельных участков гранулированного четкого ВР, на рис. 5 приведен фрагмент исследуемого ВР (а) и его: *а* – x_1, *б* – x_2, в – x_3, на рис. 6 – тензор-гранулы отдельных участков-окон (*б*, *в*, *г*) исследуемого ВР (а) – гранулы – тензоры 2-го ранга (с матрицами 3×3).

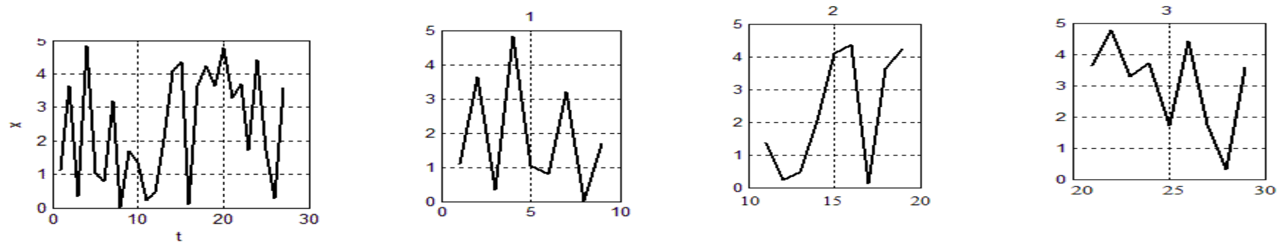


а б в

$$T_{x_1}=\begin{pmatrix}1.11 & 4.82 & 3.19\\ 3.63 & 1.04 & 0.00\\ 0.34 & 0.81 & 1.68\end{pmatrix}\qquad T_{x_2}=\begin{pmatrix}1.38 & 2.05 & 0.11\\ 0.22 & 4.08 & 3.64\\ 0.47 & 4.35 & 4.24\end{pmatrix}\qquad T_{x_3}=\begin{pmatrix}3.64 & 3.71 & 1.74\\ 4.78 & 1.72 & 0.30\\ 3.28 & 4.42 & 3.5\end{pmatrix}$$

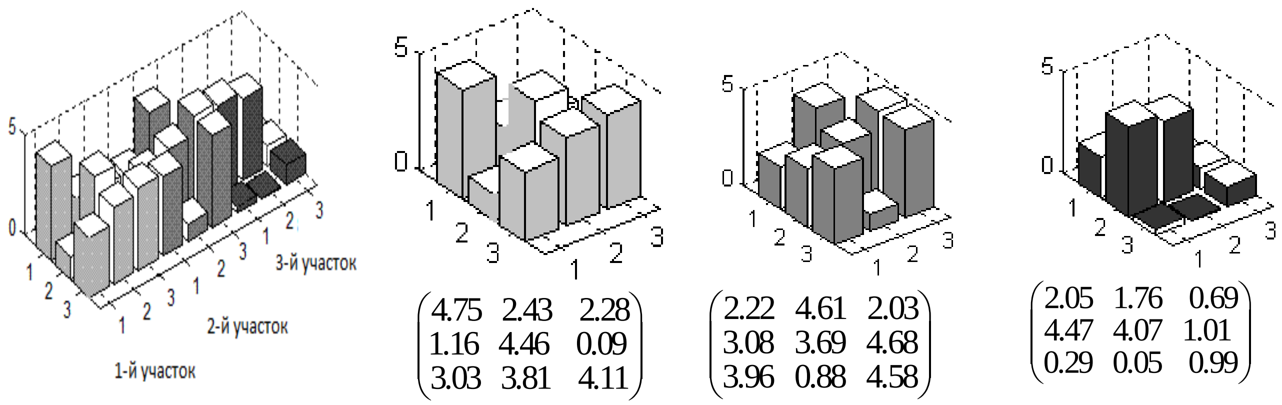
Рис. 4. Тензор-гранулы участков:

а – $T_{x_1} = \mathrm{reshape}(x1, 3\times 3)$; *б* – $T_{x_2} = \mathrm{reshape}(x2, 3\times 3)$; *в* – $T_{x_3} = \mathrm{reshape}(x3, 3\times 3)$



а *б* *в* *г*

Рис. 5. Фрагмент исследуемого ВР (а) и его участка:
б– x_1, *в* – x_2, г – x_3



$$\begin{pmatrix}4.75 & 2.43 & 2.28\\ 1.16 & 4.46 & 0.09\\ 3.03 & 3.81 & 4.11\end{pmatrix}\qquad \begin{pmatrix}2.22 & 4.61 & 2.03\\ 3.08 & 3.69 & 4.68\\ 3.96 & 0.88 & 4.58\end{pmatrix}\qquad \begin{pmatrix}2.05 & 1.76 & 0.69\\ 4.47 & 4.07 & 1.01\\ 0.29 & 0.05 & 0.99\end{pmatrix}$$

а *б* *в* *г*

Рис. 6. Гранулированный фрагмент исследуемого ВР (*а*) и тензор-гранулы отдельных участков-окон (*б*, *в*, *г*) (гранулы – тензоры 2-го ранга (с матрицами 3*3))

Нечеткое гранулирование ВР – представление каждой четкой гранулы ВР в *виде ближайшего Кронекерова произведения*

$$\left({}^{near}T_{x_i} \cong ({}^{x_i}s_{(1,1)} \times {}^{x_i}u_{(1,1)}) \otimes {}^{x_i}v_{(1:,1)}\right)$$ на основании процедуры, которая состоит в реализации алгоритма:

1^0. формирование гранулы T_x, для которой $vec(T_x)=\left[x_1(t),....,x_1(t)\right]^T$, желательно выполнение условия m=n×n;

2^0. реализация алгоритма сингулярной декомпозиции гранулы $T_x : \left[u\ s\ v\right] = svd\left(T_x\right)$, вычисление значений abs(s(1,1) × u(1,1)) и abs(v(1,1));

3^0. формирование НМ-Гранулы

$$^{near}\tilde{T}_x = \begin{pmatrix} su_1 = abs(s_{(1,1)}\times u_{(1,1)}) & \mu_{su_1} = abs(v_{(1:,1)}) \\ \vdots & \\ su_n = abs(s_{(1,1)}\times u_{(n,1)}) & \mu_{su_n} = abs(v_{(n,1)}) \end{pmatrix}$$

в виде тензорной (Кронекеровой) гранулы

$$ {}^{near}\tilde{T}_x = \left(abs(s_{(1,1)} \times u_{(n,1)}) \otimes abs(v_{(:n,1)}) \right). $$

Дегранулирование четкого ВР – процедура векторизации гранулы $T_x,\ X_i = vec(T_x^{(i)})$; *дегранулирование нечетко гранулированного* ВР может быть выполнено двумя способами: векторизацией гранулы ${}^{near}\tilde{T}_x$, или процедурой фадзификации ${}^{near}\tilde{T}_x$.

Пример формирования НМ-гранулы для четкого ВР приведен на рис. 7**,** для получения декомпозиционных НМ-гранул Fuz_1, Fuz_2, Fuz_3 в основу положена процедура SVD тензор-гранул

$$ T_{x1},\ T_{x_2},\ T_{x_3}\ :\ \left[u\ s\ v\right] = svd\left(T_x\right). $$

Укажем, что НМ-Гранулы, полученные на основании сингулярных декомпозиций, не всегда совпадают с теми, которые могут быть получены на основе “здравого смысла” (что объясняется спецификой сингулярной декомпозиции, однако фадзифицированные значения в обоих случаях совпадают).

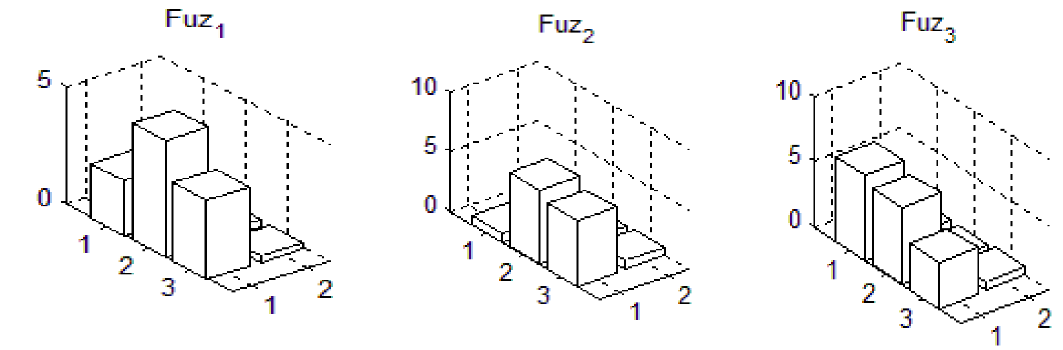
Как показано в следующих разделах, дополнительный анализ присоединенных тензоров дает возможность выбора наиболее рациональной формы тензор-гранулы.

На рис. 8 приведены представления НМ-Гранулы – значение/ФП в виде Кронекеровой тензор-гранулы, полученной как результат Кронекерова произведения параметров НМ-гранулы – значение $\tilde{A}$ ФП:

Tkr=abs(u1(n,1) $\times$ s1(1,1)) $\otimes$ abs(v1(n,1));

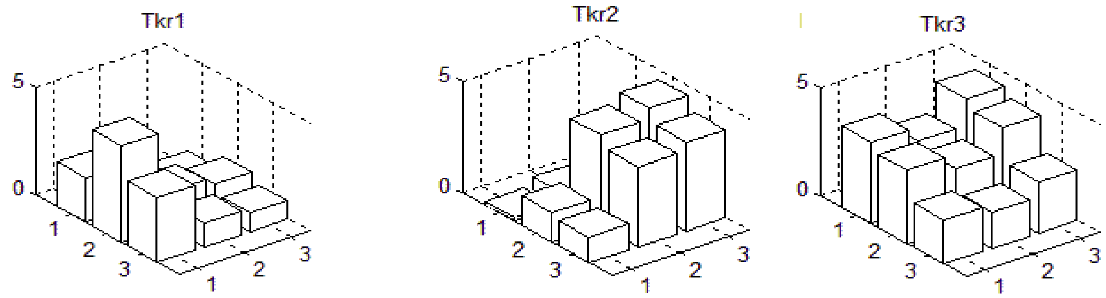
Tkr2=abs(u2(n,1) $\times$ s2(1,1) $\otimes$ a bs(v2(n,1));

Tkr3=abs(u3(n,1) $\times$ s3(1,1)) $\otimes$ abs(v3(n,1)).



$$ Fuz_1 = \begin{pmatrix} 2.29 & 0.91 \\ 4.93 & 0.33 \\ 3.33 & 0.25 \end{pmatrix} \qquad Fuz_2 = \begin{pmatrix} 0.77 & 0.21 \\ 6.26 & 0.65 \\ 5.49 & 0.73 \end{pmatrix} \qquad Fuz_3 = \begin{pmatrix} 6.54 & 0.58 \\ 5.90 & 0.47 \\ 3.54 & 0.67 \end{pmatrix} $$

Рис. 7. НМ-Гранулы, полученные как результат процедуры SVD:
Fuz1=[abs(u1(n,1)*s1(1,1)) $\otimes$ abs(v1(n,1))]; Fuz2=[abs(u2(n,1)*s2(1,1)) $\otimes$ abs(v2(n,1))];
Fuz3=[abs(u3(n,1)*s3(1,1)) $\otimes$ abs(v3(n,1))]



$$ \begin{pmatrix} 2.08 & 0.76 & 0.58 \\ 4.48 & 1.63 & 1.25 \\ 3.02 & 1.10 & 0.85 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 0.16 & 0.51 & 0.56 \\ 1.30 & 4.09 & 4.56 \\ 1.14 & 3.59 & 3.99 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 3.76 & 3.08 & 4.37 \\ 3.40 & 2.78 & 3.95 \\ 2.04 & 1.67 & 2.37 \end{pmatrix} $$

Рис. 8. Представление Кронекеровой тензор-гранулы, полученной как результат Кронекерового произведения параметров НМ-Гранулы: значение/ФП

Сравнивая рис. 8 и рис. 4, где изображены гранулы исходного ВР, нетрудно видеть их близость. Рассмотрим это более подробно.

Гранулированный нечеткий временной ряд. Предположим существование объекта $\tilde{Y}(t_i) = \{\tilde{y}(t_i)\}_{i=1}^{k}$, значение которого получены в последовательные (четкие) моменты времени $\{t_1, t_2, ..., t_i, ..., t_k\}$, для каждого t_i переменная $\tilde{y}$ определена в виде $\tilde{y} \overset{\Delta}{=} \{y_j \,/\, \mu_j^y\}$, $\mu_j^y \to [0,1] j=1,J \ j=1,J$; пусть количество объектов $\tilde{Y}(t_i)$ равняется F и все они получены для последовательных интервалов времени:

$^{(1)}\tilde{Y}(t_i)$, i=1,k; $^{(2)}\tilde{Y}(t_i)$, i=k+1,2k; ... $^{(F)}\tilde{Y}(t_i)$, i=F-1,Fk;

объект $\tilde{Y}(t_i) = \bigcup_{f=1}^{F} {}^{(f)}\tilde{Y}(t_i)$ – нечеткий временной ряд (рис.9). Укажем, что ФП соседних участков (окон) НВР пересекаются.

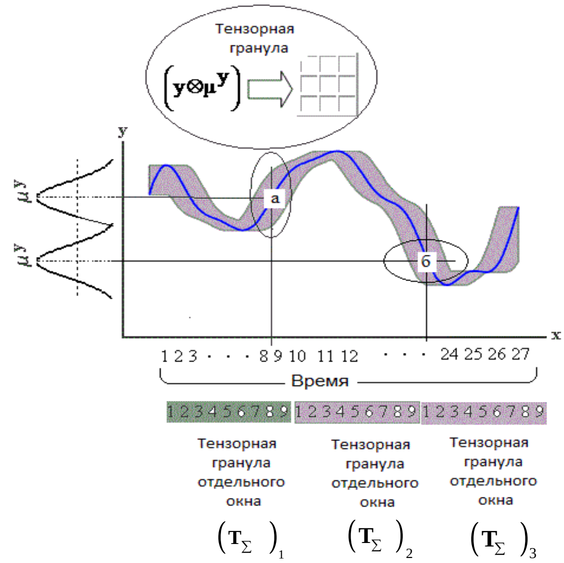


Рис. 9. Пример нечеткого ВР и способ его гранулирования

Гранулированный НВР – объект, который создан с помощью алгоритма, который содержит:

1[0]. Создание тензор-гранулы для каждой переменной $\tilde{Y}(t_i)$ путем реализации тензорного произведения $y \otimes \mu$, если количество элементов в составе переменной $\tilde{y}$ равняется 3, имеем тензор $\tilde{Y}(t_i)$ с матрицей 3×3,

$$\begin{pmatrix} (y_1 \otimes \mu_1^y) & (y_1 \otimes \mu_2^y) & (y_1 \otimes \mu_3^y) \\ (y_2 \otimes \mu_1^y) & (y_2 \otimes \mu_2^y) & (y_2 \otimes \mu_3^y) \\ (y_3 \otimes \mu_1^y) & (y_3 \otimes \mu_2^y) & (y_3 \otimes \mu_3^y) \end{pmatrix};$$

2[0]. Создание тензор-гранулы для всего объекта $\tilde{Y}(t_i)$, если количество элементов равняется 9, получают тензор-гранулу с блочной матрицей 3×3, где каждый блок - тензор-гранула из п.1[0] с матрицей 3×3 (рис. 10).

Обобщенная тензор-гранула (блочный тензор) фрагмента исследуемого ВР приведена на рис. 11. Математический аппарат, который используется при анализе гранулярных НВР-это аппарат блочных матриц, сингулярная декомпозиция таких матриц, матричные уравнения. Наиболее рационально (с точки зрения анализа НВР) этот аппарат изложен в роботах Ч. Ван Лоуна. Приведем некоторые положения методологии, которые непосредственно затрагивают рассматриваемые задачи.

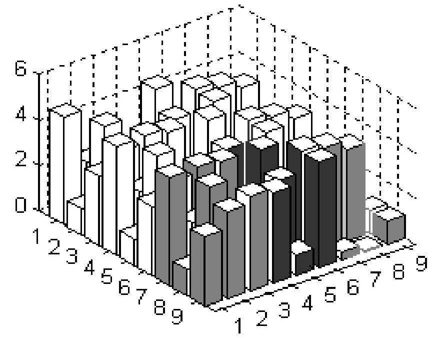


Рис. 10. Обобщенная тензор-гранула (блочный тензор) отдельного окна

Блочные матрицы. Дано

$$A = \begin{pmatrix} (A_{11}) & (A_{12}) & (A_{13}) \\ (A_{21}) & (A_{22}) & (A_{23}) \\ (A_{31}) & (A_{32}) & (A_{33}) \end{pmatrix}, \ (A_{ij}) \in R^{m \times m},$$

необходимо выбрать матрицы **B** и **C** такие**,** чтобы минимизировать

$$\|\mathbf{A} - \mathbf{B} \otimes \mathbf{C}\|_F = \left\| \begin{pmatrix} (A_{11}) & (A_{12}) & (A_{13}) \\ (A_{21}) & (A_{22}) & (A_{23}) \\ (A_{31}) & (A_{32}) & (A_{33}) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} (b_{11}C) & (b_{12}C) & (b_{13}C) \\ (b_{21}C) & (b_{22}C) & (b_{23}C) \\ (b_{31}C) & (b_{32}C) & (b_{33}C) \end{pmatrix} \right\|_F$$

Для решения задачи применяют SVD-разложение: представляют блоки матрицы **A** в виде векторов и формируют блок-колонковый главный порядок

$$A = col\left(A_{11}\right)\Big| col\left(A_{21}\right)\Big| col\left(A_{31}\right)\Big| col\left(A_{12}\right)\Big| \cdots \Big| col\left(A_{33}\right)\Big]$$

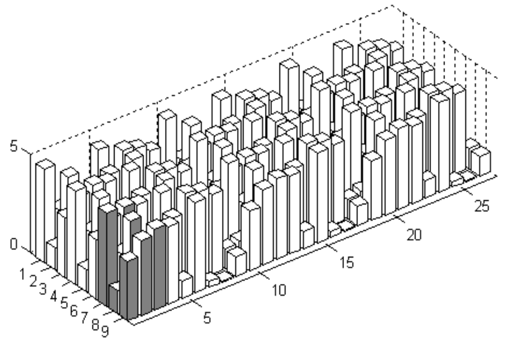
Вычисляют наибольшую сингулярную величину $\sigma_{\max}$ и соответствующие сингулярные векторы $u_{\max}$, $v_{\max}$, имеем:

$$B_{opt} = \sqrt{\sigma_{\max}} \cdot \mathrm{reshape}(v_{\max}, 3,3),$$

$$C_{opt} = \sqrt{\sigma_{\max}} \cdot \mathrm{reshape}(u_{\max}, 3,3).$$

В роботах [9–11] приведены способы интерпретации сингулярных разложений. На рис. 11 приведено стилизованное изображение НВР, состоящего из трех окон по 9 элементов в окне, каждый элемент НВР – НМ-гранула

$$\left(\mathbf{Y} = Y_1 \bigcup Y_2 \bigcup Y_3,\ Y_i = \{\tilde{y}_j\},\ j=1,9;\ \tilde{y}_j = \{y/\mu^y\}, i=1,3\right)$$



$$\begin{pmatrix} \underbrace{(y\otimes\mu^y)}_{x_1} & \underbrace{(y\otimes\mu^y)}_{x_4} & \underbrace{(y\otimes\mu^y)}_{x_7} \\ \underbrace{(y\otimes\mu^y)}_{x_2} & \underbrace{(y\otimes\mu^y)}_{x_5} & \underbrace{(y\otimes\mu^y)}_{x_8} \\ \underbrace{(y\otimes\mu^y)}_{x_3} & \underbrace{(y\otimes\mu^y)}_{x_6} & \underbrace{(y\otimes\mu^y)}_{x_9} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \underbrace{(y\otimes\mu^y)}_{x_1} & \underbrace{(y\otimes\mu^y)}_{x_4} & \underbrace{(y\otimes\mu^y)}_{x_7} \\ \underbrace{(y\otimes\mu^y)}_{x_2} & \underbrace{(y\otimes\mu^y)}_{x_5} & \underbrace{(y\otimes\mu^y)}_{x_8} \\ \underbrace{(y\otimes\mu^y)}_{x_3} & \underbrace{(y\otimes\mu^y)}_{x_6} & \underbrace{(y\otimes\mu^y)}_{x_9} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \underbrace{(y\otimes\mu^y)}_{x_1} & \underbrace{(y\otimes\mu^y)}_{x_4} & \underbrace{(y\otimes\mu^y)}_{x_7} \\ \underbrace{(y\otimes\mu^y)}_{x_2} & \underbrace{(y\otimes\mu^y)}_{x_5} & \underbrace{(y\otimes\mu^y)}_{x_8} \\ \underbrace{(y\otimes\mu^y)}_{x_3} & \underbrace{(y\otimes\mu^y)}_{x_6} & \underbrace{(y\otimes\mu^y)}_{x_9} \end{pmatrix}$$

1-й участок 2-й участок 3-й участок

$$\left(\mathbf{T}_\Sigma\right) = \left(\mathbf{T}_\Sigma\right)_1 \cup \left(\mathbf{T}_\Sigma\right)_2 \cup \left(\mathbf{T}_\Sigma\right)_3$$

Рис. 11. Обобщенная тензор-гранула (блочный тензор) фрагмента НВР, состоящего из трех участков:
а – графическое изображение;
б – математическая модель

Таким образом, гранулированный ВР должен анализироваться на уровне тензорно-матричных моделей.

Выводы

1. Предложено интеллектуальный анализ временных рядов выполнять путем представления (структурирования) окон временного ряда тензорами 2-го ранга с матрицами размерностью m×m или m×n (в общем случае m×m=q, m×n=q, где q – количество элементов окна), которые играют роль информационных гранул (тензора-гранулы).

2. Структуризация входных данных в виде квадратных матриц 2×2, 3×3, 4×4 и т.д. позволяет существенно сократить размерость задачи, открываются благоприятные возможности для решения задач прогнозирования при матричной структуризации временной последовательности в использовании принципа ближайших соседей, в качестве которых выступают не отдельные элементы последовательности, а тензоры.

3. Показано существование дуализма между четким и нечетким ВР: независимо от условий гранулированный четкий ВР может быть представленным в виде нечеткого ВР, элементом которого есть НМ-Гранула, и наоборот, любой нечеткий ВР может быть представлен четким. Укажем, что дуализм затрагивает лишь гранулированные ВР.

Список литературы

1. *Финн В.К. Об интеллектуальном анализе данных.// Новости Искусственного интеллекта, № 3, 2004. – С.58-66.*

2. *Zadeh, L. (1996). Fuzzy logic = computing with words. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 94(2),103–111.*

3. *Zadeh, L. (1999). From computing with numbers to computing with words -from ma-nipulation of measurements to manipulation of perceptions. IEEE Transactions on Circuits and Systems Part I: Fundamental Theory and Applications, – 45 (1), 105–119.*

4. *Zadeh, L., & Kacprzyk, J. (Eds.). (1999a). Computing with words in information/ intelligent systems 1 (foundations). Studies in fuzziness and soft computing (Vol. 33). New York: Springer-Verlag. – Pp. 383–406.*

5. *Zadeh, L., & Kacprzyk, J. (Eds.). (1999b). Computing with words in information /in-telligent systems 2 (applications). Studies in fuzziness and soft computing (Vol. 34). New York: Springer-Verlag. – Pp.988-1006.*

6. *Ярушкина, Н. Г. Интеллектуальный анализ временных рядов: учебное пособие // Н. Г. Ярушкина, Т. В. Афанасьева, И. Г. Перфильева. – Ульяновск: УлГТУ, 2010. – 320 с.*

7. *Song Q., Chissom B. Fuzzy time series and its models // Fuzzy Sets and Systems. – №54 (1993). – P. 269-277.*

8. Herrera F., Alonso S., Chiclana F.,Herrera-Viedma E. Computing with words in decision making: foundations, trends and prospects. Fuzzy Optim Decis Making (2009) 8. – P. 337–364.

9. Cichocki A. Tensor Decompositions: A New Concept in Brain Data Analysis? arXiv: 1305.0395v1 [cs.NA] 2 May 2013. – 19 pp.

10. Минаев Ю.Н., Филимонова О.Ю., Минаева Ю.И. Тензорные модели НМ-гранул и их применение для решения задач нечеткой арифметики. «Искусственный интеллект». – №2, 2013. – С. 18-31.

11. Van Loan Ch.F. Block Matrix Computations and the Singular Value Decomposition A Tale of Two Ideas. – Інтернет-ресурс.

12. Van Loan Ch.F. The ubiquitous Kronecker product. Journal of Computational and applied mathematics. 2000, 123 (1-2): 85-100.

References

1. Finn V.K. (2004). An intellectual analysis of data -Lease. // News of artificial intelli -ta, № 3, 2004. – P.58- 66

2. Zadeh, L. (1996). Fuzzy logic = compu-ting with words. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 94 (2),103-111.

3. Zadeh, L. (1999). From computing with numbers to computing with words-from ma-nipulation of measurements to manipulation of perceptions. IEEE Transactions on Circuits and Systems Part I: Fundamental Theory and Applications, 45 (1), 105-119.

4. Zadeh, L., & Kacprzyk, J. (Eds.). (1999a). Computing with words in information / intelligent systems 1 (foundations). Studies in fuzziness and soft computing (Vol. 33). New York: Springer-Verlag. – Pp. 383-406.

5. Zadeh, L., & Kacprzyk, J. (Eds.). (1999b). Computing with words in information / in-telligent systems 2 (applications). Studies in fuzziness and soft computing (Vol. 34). New York: Springer-Verlag. – Rr.988 -1006.

6. Yarushkina N.G., Afanasiev T. V., Perfil'eva I.G. (2010) Intellectuals -tion time-series analysis: a tutorial // Ulyanovsk: UlSTU 2010. – 320 p.

7. Song Q., Chissom B. (1993). Fuzzy time se-ries and its models // Fuzzy Sets and Systems. - № 54 (1993) – P. 269-277.

8. Herrera F., Alonso S., Chiclana F., Herrera-Viedma E. (2009). Computing with words in deci-sion making: foundations, trends and prospects. Fuzzy Optim Decis Making (2009) 8: 337-364.

9. Cichocki A.(2013) Tensor Decompositions: A New Concept in Brain Data Analysis? arXiv: 1305.0395v1 [cs.NA] 2 May 2013. – 19 pp.

10. Minaev Y.N., Filimonov O.Y., Minaeva J. I. (2013). Tensor model HM - granules and their application to solving fuzzy arithmetic - tics. "Artificial Intelligence". – № 2, 2013. – P.18-31.

11. Van Loan Ch.F. Block Matrix Computa-tions and the Singular Value Decomposition A Tale of Two Ideas. - Services Internet resource.

12. Van Loan Ch.F. (2000) The ubiquitous Kronecker product. Journal of Computational and ap-plied mathematics. 2000, 123 (1-2): 85-100.

Статья поступила в редколлегию 17.04.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.К. Антонов, Национальный авиационный университет, Киев.