УДК 681.128.43

Р.К. Мурасов, І.В. Ляшенко

Національний університет оборони України, Київ

АНАЛІЗ МЕТОДІВ ПРОГНОЗУВАННЯ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ НА ПРИКЛАДІ ТРАЄКТОРІЇ ЛІТАКА

Проведено аналіз існуючих методів прогнозування випадкових процесів на прикладі траєкторії літака. Особливу увагу приділено вибору оптимального у середньоквадратичному сенсі методу. Показано, що оптимальним є метод канонічного розвинення випадкового процесу.

Ключові слова: випадкові процеси, інтерполяція, метод найменших квадратів, екстраполяція, прогнозування, канонічне розвинення, траєкторія.

Постановка проблеми

Процес експлуатації техніки являє собою доволі складну картину взаємодії людини з технічними пристроями. Основною метою експлуатації є правильне та ефективне керування.

В сучасних складних умовах управління, потрібна інформація для прийняття рішення щодо майбутніх дій або попереднього оцінювання обставин – прогнозування. Прогнозування особливо актуально у разі експлуатації авіаційної техніки. Існує багато методів прогнозування. Це: методи моделювання, експертні системи і методи екстраполяції. Оскільки об’єкти прогнозування мають різні властивості і обмеження, найбільш доцільним буде метод, який має найменші залежності та обмеження. Цей метод повинен враховувати інші необхідні складові процесу. Також необхідно врахувати, щоб цей метод був оптимальним у середньоквадратичному сенсі.

Мета статті

Метою даної статті є проведення аналізу існуючих методів прогнозування для оптимального застосування при прогнозуванні процесів в управлінні складними процесами. В нашому випадку це є прогнозування траєкторії літака на етапі посадки для забезпечення безпеки польотів.

Траєкторію літака можна розглядати як реалізацію випадкового процесу зі значною післядією. Це зумовлено характеристиками польоту і тим що літак є інертною системою.

Оскільки найбільше льотних пригод припадає на етап посадки (рис.1), та внаслідок помилок пілотів то для забезпечення безпеки польотів доцільно мати систему прогнозування траєкторії польоту для завчасного вживання заходів щодо безпеки [31-34].

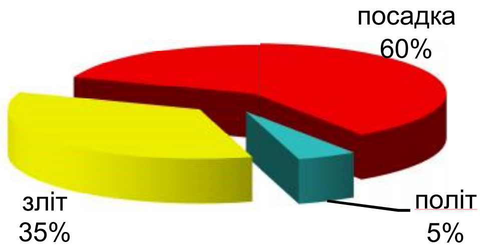

Рис.1. Статистика льотних пригод по етапах польоту

Найбільш універсальним з точки зору відсутності обмежень на клас випадкових процесів і зручним для обчислення (що є важливим з врахуванням обмежень бортової обчислювальної техніки) є метод екстраполяції, що базується на канонічному розвиненні Пугачова [14;28]. Це розвинення в дискретному ряді точок t_1, $i = \overline{1, I}$ випадкового процесу, що досліджується, $\overline{X}$ (t) має вигляд

$$X_h = m_h(i) + \sum_{\lambda=1}^{h} \sum_{\upsilon=1}^{i} V_{\upsilon}^{(\lambda)} \varphi_{h\nu}^{(\lambda)}(i), h = \overline{1, H}\,, \quad (1)$$

де $\varphi_{h\nu}^{(\lambda)}(i)$ - невипадкові координатні функції, що визначаються так:

$$\varphi_{h\nu}^{(\lambda)}(i) = \frac{1}{D_{\nu}^{(\lambda)}} M[\overset{0}{X}_h(i) V_{\nu}^{(\lambda)}],\ \varphi_{h\nu}^{(\lambda)}(i) = 0 \quad (2)$$

при $i > \nu$ або $\lambda > h$;

$\varphi_{h\nu}^{(\lambda)}(i) = 1$ при $h = \lambda$ і $\nu = i$;

$V_{\nu}^{(\lambda)}$ - випадкові коефіцієнти, що мають такі властивості :

M[$V_{\nu}^{(\lambda)}$]=0, M[$V_{\nu}^{(\lambda)}$ $V_{\mu}^{(\varsigma)}$]=0 при невиконанні жодної умови $\nu = \mu$ і $\lambda = \varsigma$;

$M[\left|V_{\nu}^{(\lambda)}\right|^2] = D_{\nu}^{(\lambda)}$.

Як випливає з виразу(2), єдиним обмеженням що накладається на процес апаратом канонічних розвинень, є скінченність дисперсій відповідних коефіцієнтів [28], що зазвичай задовольняється для реальних фізичних процесів і не є суттєвим.

У [28] показано, що канонічне розвинення (9) точно описує функцію, що розвинеться в точках дискретизації t_1, $i=\overline{1,I}$ і забезпечує мінімум середнього квадрату помилки наближення в проміжках між ними. Таким чином, використання цього розвинення не здійснює загублення інформації процесу, що досліджується.

Згідно [27], алгоритм оптимальної у середньоквадратичному сенсі лінійної екстраполяції реалізації процесу $\overline{X}$(t), що заданий випадковою послідовністю (1), при довільному числі k<I моментів вимірів і числі $r_\mu, r_\mu \ge r_{\mu+1}, \mu=\overline{1,k}$ відомих значень в кожен з них має вигляд

$$m_h^{(r_1,\ldots,r_\mu)}(i)=m_h^{(r_1,\ldots,r_{\mu-1})}(i)+(x_{r_\mu}(\mu)-$$
$$-m_{r_\mu}^{(r_1,\ldots,r_{\mu-1})}(\mu)\varphi_{h\mu}^{(r_\mu)}(i),\ \mathrm{h}=\overline{1,\mathrm{H}},\ \mathrm{i}=\overline{1,\mathrm{I}}. \quad (3)$$

Обчислення майбутніх значень $\overline{X}$ (t) відповідно до виразу (3) починається з початкового $(\mu=1)$ значення першої складової $x_1(1)$, після чого послідовно вводять початкові значення решти складових. Тільки після того , як використані всі відомі значення для моменту $\mu=1$ здійснюється перехід до наступного моменту $\mu=2$, повторно здійснюється послідовний перебір відомих значень у порядку зростання номерів складових. Алгоритм (3) дає незміщену оцінку майбутніх значень реалізації, що екстраполюється, і в межах лінійних зв'язків забезпечує мінімум середнього квадрату похибки екстраполяції, що дорівнює дисперсії

$$D_h^{(r_1,\ldots,r_k)}(i)=\sum_{\lambda=1}^{h}\sum_{\nu=\eta_k}^{i}D_\nu^{(\lambda)}[\varphi_{h\nu}^{(\lambda)}(i)]^2, i=\overline{k+1,I} \quad (4)$$

апостеріорного випадкового процесу

$$X_h^{(r_1,\ldots,r_k)}(i)=m_h^{(r_1,\ldots,r_k)}(i)+\sum_{\lambda=1}^{h}\sum_{\nu=\eta_k}^{i}V_\nu^{(\lambda)}\varphi_{h\nu}^{(\lambda)}(i),\quad (5)$$

$$h=\overline{1,H},\ i=\overline{1,I},\ \eta_k=\begin{cases}k+1 & при\ \ \lambda\le r_k,\\ 1 & при\ \ \lambda>r_k.\end{cases}$$

Для скалярного випадкового процесу X(t) з (1) отримаємо

$$X(i)=m_x(i)+\sum_{\nu=1}^{i}V_\nu\varphi_\nu(i),\quad i=\overline{1,I}. \qquad (5)$$

На підставі виразу (5) алгоритм оптимальної у середньоквадратичному сенсі лінійної екстраполяції реалізації випадкового процесуX(t) по k відомим послідовним початковим значенням $X(\mu)=x(\mu),\ \mu=\overline{1,k},\ k<I$ може бути представлено в одній з двох еквівалентних форм [75]

$$m_x^{(\mu)}(i)=\begin{cases}m_x(i),\ \mu=0,\ i=\overline{k+1,I};\\ m_x^{(\mu-1)}(i)+[x(\mu)-m_x^{(\mu-1)}(\mu)]*\\ *\varphi_\mu(i),\ \mu=\overline{1,k},\ \ i=\overline{k+1,I};\end{cases} \quad (6)$$

$$m_x^{(k)}(i)=m_x(i)+\sum_{\mu=1}^{k}\overset{0}{x}(\mu)f_\mu^{(k)}(i),\ k<I,\ i=\overline{1,I}. \quad (7)$$

У виразі (7) вагові функції при відомих центрованих значеннях $\overset{0}{x}(\mu),\ \mu=\overline{1,k}$ реалізації що екстраполюється, визначаються завдяки вихідним координатним функціям співвідношенням

$$f_\mu^{(k)}(i)=\begin{cases}f_\mu^{(k)}(i)-f_\mu^{(k-1)}(k)\varphi_k(i) & при\ \ \mu\le k-1;\\ \varphi_k(i)\ \ при\ \ \mu=k,\ k<I,\ i=\overline{k+1,I}.\end{cases} \quad (8)$$

Так само як і у векторному випадку в межах лінійної моделі виразу (6), (7) дає незміщену оцінку майбутніх значень реалізації, що екстраполюється, і забезпечує мінімум середнього квадрату похибки екстраполяції, що дорівнює

$$E_x^{(k)}(i)=M[\left|X\{i/x(\mu),\ \mu=\overline{1,k}\}-m_x^{(k)}(i)\right|^2]=$$
$$=\sum_{\nu=k+1}^{i}D_\nu\varphi_\nu^2(i)=D_x^{(k)}(i),\ i=\overline{k+1,I}. \quad (9)$$

де $D_x^{(k)}(i),\ i=\overline{k+1,I}$ - дисперсія апостеріорного випадкового процесу

$$X^{(k)}(i)=m_x^{(k)}(i)+\sum_{\nu=1}^{i}V_\nu\varphi_\nu(i),\ i=\overline{1,I}\,, \qquad (10)$$

що виникає з апріорного за умовою $X(\mu)=x(\mu),\ \ \mu=\overline{1,k}.$

На базі цього алгоритму було проведено дослідження якості прогнозу у порівнянні з іншими методами – методом найменших квадратів, інтерполяцією випадкового процесу. Ці методи широко застосовуються для розв'язання задач прогнозування. В якості вихідних даних візьмемо реалізації траєкторій посадок літака (рис.2), пунктиром показане математичне сподівання.

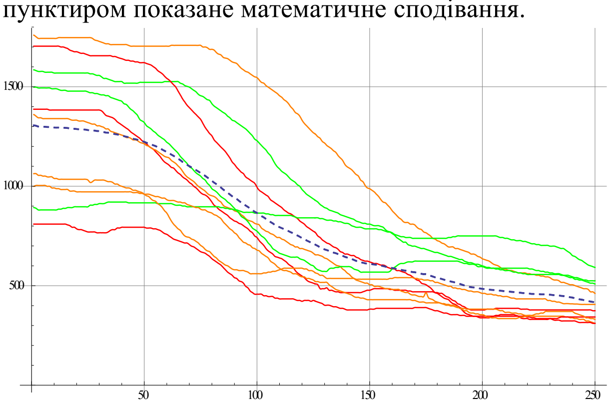

Рис.2 Траєкторії посадок літака

Відповідно до описаної методики, отримаємо елементи канонічного розвинення для здійснення прогнозування (рис.3).

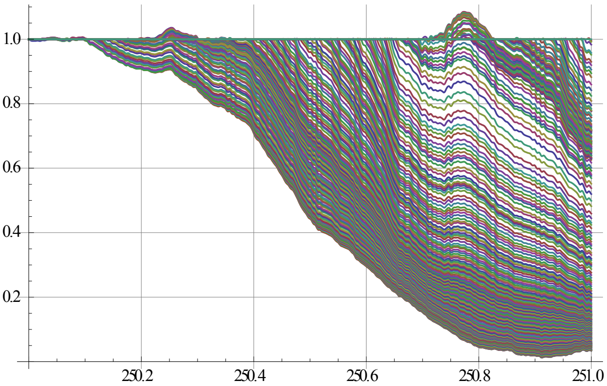

Рис.3. Графіки координатних функцій траєкторій посадок літака

Результати моделювання наведені послідовно на рис. 4,5,6. Позначення «МНК» - прогноз методом найменших квадратів, «Інтерполяція» - прогноз методом інтерполяції випадкового процесу, «Ф-Е» - фільтр-екстраполятор побудований відповідно до алгоритмів (3) і (5).

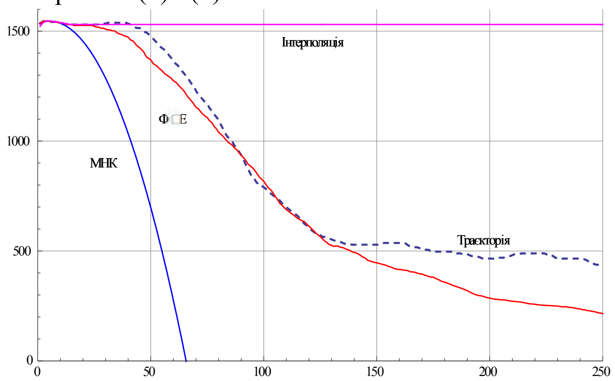

Рис.4 Прогноз за першими 10 значеннями разом з реальною траєкторією

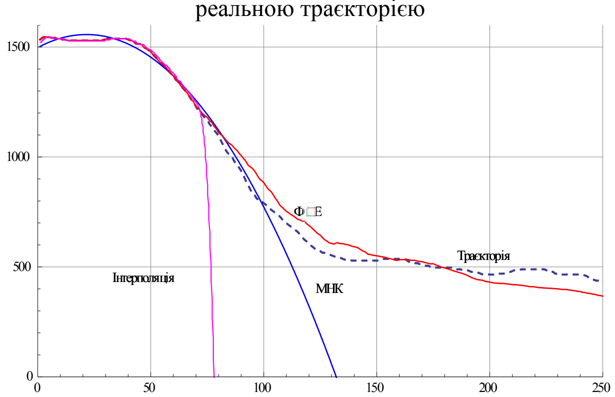

Рис.5. Прогноз за першими 70 значеннями разом з реальною траєкторією

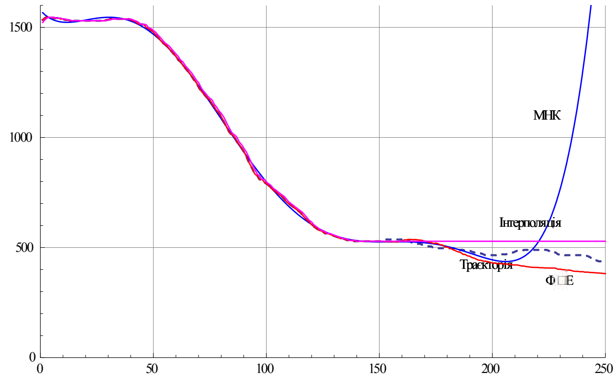

Рис.6. Прогноз за першими 150 значеннями разом з реальною траєкторією

На представлених рисунках показано, що змодельований апостеріорний процес (Ф-Е) найкраще серед наведених алгоритмів повторював реальну траєкторію. Також особливістю апостеріорного процесу є те, що на ділянці $i \leq k$ він вироджується у детермінований. Це зрозуміло, оскільки на цьому етапі реалізація є відомою.

Також на рисунках показано, що при змінах траєкторії руху літака, всі алгоритми, крім фільтра-екстраполятора, демонструють велику розбіжність з реальною траєкторією, що унеможливлює їх практичне застосування у такому вигляді. Незважаючи на складність алгоритму фільтра-екстраполятора, він продемонстрував найкращі результати прогнозування.

Висновок

Як випливає з експериментів, запропонований фільтр-екстраполятор найкраще здійснює прогнозування представленого випадкового процесу. На прикладі практичних обчислень показана перевага цього алгоритму.

Таким чином, враховуючи переваги методу екстраполяції, що базується на канонічному розвиненні випадкового процесу (відсутність на клас процесів, що прогнозуються, простота обчислення), даний алгоритм пропонується за основу в подальших дослідженнях динамічних систем.

Список літератури

1.Стратонович Р.Л Избранные вопросы теории флюктуаций в радиотехнике – М.:Сов.радио. 01961. – 558с.

2.Тихонов В.И., Кульман Н.К. Нелинейная фильтрация и квазикогерентный прием сигналов.-М.: Сов.радио, 1975.-704с.

3.Сосулин Ю.Г. Теория обнаружения и оценивания стохастических сигналов.- М.,Сов.радио, 1978г.-320с.

4.Казаков В.А. Введение в теорию марковских процессов и некоторые радиотехнические задачи.- М.: Сов.радио, 1973.-232с.

5.Казаков В.А. Статистическая динамика систем с переменной структурой.- М.:Наука, 1977.-416с.

6.Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций. - М.,Наука, 1975.-704 с.

7.Понтрягин Л.С., Андропов А.А. Витт А.А. О статистическом рассмотрении динамических систем.- ЖЭТФ, 1933. – т.3. – вып.3 – 165-180 с.

8.Колмогоров А.Н. Об аналитических методах в теории вероятностей //«Успехи математических наук» 1938., вып.5.

9.Kalman R.E. A new approach to linear filtering and prediction theory. – Trans.ASME.I.Bas.V.82D,1960,N2, -35-45 pp.

10. Kalman R.E., Вису R.C. New result in linear filtering and prediction theory.- Trans.ASME.I.Bas.V.83D,1961,N1,-95-108 pp.

11. Тихонов В.И., Миронов М.А., Марковские процессы.-М.: Сов.радио, 1977.-488 с.

12. Стратонович Р.Л. Условные марковские процессы и их применение к теории оптимального управления.-М.: Изд.МГУ. 1966г.-319 с.

13. Blum I.R., Kiefer I., Rosenblatt M. Distribution free test of independence based on the sample distribution function.-Ann.Math.Stat.V.32,1961,№2,-485-498 pp.

14. Пугачев В.С. Теория случайных функций.- М:Физмат.изд., 1962.

15. Бокс Дж.,Дженнингс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. Вып.1-М.:Мир,1974г.-406 с.

16. Колмогоров А.Н. Интерполирование и экстраполирование стационарных случайных последовательностей.-Изд.АН СССР. Серия математическая, 1941,т.5, №1, С.3-14.

17. Яглом А.М. Введение в теорию стационарных случайных функций. – Успехи математических наук. 1995г. т.7. вып.5(51).С.3-168.

18. Хеннан Э.П. Многомерные временные ряды.- М.:Мир, 1974.-576 с.

19. Wiener N. Extrapolation, interpolation and smoothing of stationary time series.-N.Y.John Wiley,1949, 210 p.

20. Драган Я.П. Модели сигналов в линейных системах.-К.: Наукова думка,1972.-302 с.

21. Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. – М.: Радио и связь, 1991.-608 с.

22. Скляревич А.Н. Операторные методы в статистической динамике автоматических систем.-М.: Наука, 1965 г.

23. Боде Т.,Шеннон К. Теория информации и её приложения.-М.: Физмат. изд.,1959.

24. Кудрицкий В.Д. Прогнозирование надежности радиоэлектронных устройств.- К.:Техника, 1973.-156 с.

25. Кудрицкий В.Д., Синица М.А., Чинаев П.И. Автоматизация контроля радиоэлектронной аппаратуры.-М.:Сов.радио., 1977.-256 с.

26. Кудрицкий В.Д., Попов А.Н. Теоретические основы эксплуатационного контроля радиоэлектронного оборудования.-К.:КВВАИУ,1979.-92 с.

27. Кудрицкий В.Д. Прогнозирующий контроль радиоэлектронных устройств.- Л.Техника, 1982.-166 с.

28. Пугачев В.С. Теория вероятностей и математическая статистика.-М.: Наука, 2002.-496 с.

29. Ширяев А.Н. Вероятность.-М.: Наука, 1982 -574 с.

30. Бортовая система обеспечения безопасности полетов [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://www.techavia.ru/flight_security01.htm .

31. Рассел П. Авиационные происшествия – статистика и методы их предупреждения / Рассел П., Москаленский Б., Проблемы безопасности полётов. – М.: ВИНИТИ, 1995. – № 5. – С. 5-15.

32. Летные происшествия в гражданской авиации [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://kurs3.as-club.ru/aero/html/kurs_2761_0.html.

33. Шишкин В.Г. Безопасность полетов и бортовые информационные системы / Шишкин В.Г., 2005. – 163 с.

34. Стариков А.И. Безопасность полетов летательных аппаратов / Стариков А.И., 1988. – 253 с.

Стаття надійшла до редколегії 21.02.2012

Рецензент: д-р. техн. наук, проф. Ю.В. Кравченко інститут інформаційних технологій Національного університету оборони України, Київ.