

УДК 004.722

С. М. Неділько

*Державна льотна академія України, Кіровоград*

## СИСТЕМА ПОКАЗНИКІВ І КРИТЕРІЇВ ДЛЯ ФОРМАЛІЗАЦІЇ ПРОЦЕСІВ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ СТІЙКОСТІ СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ ПОВІТРЯНИМ РУХОМ

*Запропоновано показники та критерії синтезу та оптимізації функціонально стійкої автоматизованої системи управління повітряним рухом на основі теорії графів.*

**Ключові слова:** *функціональна стійкість, надмірність, автоматизована система управління повітряним рухом*

### Постановка проблеми

Дослідження існуючих науково-обґрунтованих підходів підвищення ефективності складних технічних систем, до яких повною мірою відноситься й автоматизована система управління повітряним рухом (АСУПР), дозволили зробити висновок про формування за останні роки нового пріоритетного підходу, пов'язаного із забезпеченням системі властивості функціональної стійкості.

Реалізація функціональної стійкості досягається застосуванням у складній технічній системі різних, уже існуючих видів надмірності (структурної, часової, інформаційної, функціональної, навантажувальної та ін.) шляхом перерозподілу ресурсів з метою парировання наслідків позаштатних ситуацій.

Разом з тим, нечисленні роботи у галузі забезпечення функціональної стійкості складних технічних систем не дають змоги виробити єдині підходи та започаткувати теоретичні основи забезпечення функціональної стійкості для АСУПР України. Проблема полягає у відсутності стандартизованого понятійного апарату функціональної стійкості та невизначеності показників та критеріїв оптимізації щодо предметної галузі АСУПР.

### Аналіз публікацій

Поняття функціональної стійкості вперше було введено О. А. Машковим, який запропонував достатньо оригінальну ідею щодо забезпечення живучості складних динамічних систем на основі перерозподілу наявної надмірності [1]. Проте показники та критерії, запропоновані О. А. Машковим, не можуть бути застосовані до

оптимізації АСУПР, оскільки вони не враховують численних особливостей складного розподіленого гетерогенного середовища АСУПР.

Більш близьким можна вважати підхід, запропонований у роботах О. В. Барабаша, зокрема у [2], до яких пропонуються показники та критерії для побудови стійких систем передачі даних. Разом з тим, такий підхід базується лише на оцінках зв'язності графів мережі, що надто обмежує можливість його застосування для забезпечення функціональної стійкості АСУПР.

В роботах Ю. В. Кравченка [3] пропонується дещо інший підхід щодо визначення та забезпечення функціональної стійкості для навігаційних систем спеціального призначення, заснований на вирішенні оптимізаційної задачі із застосуванням матроїдних структур. Проте, такий підхід є вузькоспеціалізованим і надто складним для реалізації внаслідок труднощів повного опису елементів та параметрів АСУПР у термінах матроїдів.

Отже, проблема визначення показників та критеріїв функціональної стійкості для АСУПР ще не вирішена і потребує обґрунтування відповідних залежностей та підходів.

**Метою статті** є розробка системи показників і критеріїв для формалізації процесів забезпечення функціональної стійкості системи управління повітряним рухом.

### Основна частина

Обравши за основу підхід, запропонований у [2], зазначимо, що особливий інтерес в теорії функціональної стійкості для АСУПР представляє узагальнений імовірнісний показник зв'язності –

$F_{ACV}$ , як згортка матриці ймовірностей зв'язності  $P_{CB}$ :

$$P_{CB} = \begin{bmatrix} 0 & P_{12} & P_{13} & \dots & P_{1n} \\ P_{21} & 0 & P_{23} & \dots & P_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{n1} & P_{n2} & P_{n3} & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

$$F_{ACV} = F(P_{CB}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n w_{ij} \cdot P_{ij}, \quad (2)$$

де  $n$  – число вузлів комутації в АСУПР;  
 $w_{ij}$  – вагові коефіцієнти ліній зв'язку, які залежать від заданої інтенсивності передачі інформації  $\rho_{ij}$  між  $v_i$  і  $v_j$ :

Математичне сподівання заданої інтенсивності передачі інформації  $M[\rho]$  в АСУПР визначається на основі такої залежності:

$$w_{ij} = \begin{cases} 2, & \text{при } \rho_{ij} \geq M[\rho]; \\ 1, & \text{при } 0,1M[\rho] \leq \rho_{ij} < M[\rho]; \\ 1/2, & \text{при } \rho_{ij} < 0,1M[\rho] \end{cases}$$

$$M[\rho] = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n \rho_{ij} \quad (4)$$

Імовірність зв'язності  $P_{ij}$  визначається на основі таких вихідних даних:

- 1) структури АСУПР, що задана матрицею суміжності  $A_{CM}$ ;
- 2) імовірності передачі інформації  $p_{ij}$  по лінії зв'язку  $l_{ij}$ .

Найбільш простим методом визначення  $P_{ij}$  є розкладання структури АСУПР на послідовне і паралельне з'єднання ліній зв'язку. Складні розгалужені структури, що мають перехресні зв'язки, неможливо звести до елементарних з'єднань ланок у смислі надійності. У цьому випадку доцільно застосувати структурні перетворення графів [4]. Їх сутність полягає в розвиненні структури АСУПР щодо якого-небудь елемента за методом Шенона-Мура. У результаті розвинення отриману структуру можна представити у вигляді послідовно-паралельних з'єднань. Наприклад, для обчислення  $P_{14}$  вихідний граф  $G$  (рис. 1) перетвориться у два графи  $G_1$  і  $G_2$  [2].

Граф  $G_1$  отримано стягуванням ребра  $l_{23}$ , що відповідає справному стану ребра  $l_{23}$ . Граф  $G_2$  одержано після розриву  $l_{23}$ , що відповідає його несправному стану. Імовірність зв'язності  $P_{14}$  для графа  $G$  можна обчислити за основною формулою розвинення:

$$P_{14}(G) = p_{23} \cdot P_{14}(G_1) + q_{23} \cdot P_{14}(G_2), \quad (5)$$

де  $p_{23} = 1 - q_{23}$  – імовірність передачі інформації через лінію зв'язку, що відповідає ребру  $l_{23}$ ;  
 $P_{14}(G_1)$  і  $P_{14}(G_2)$  – визначаються на основі методів теорії надійності як послідовно-паралельне з'єднання елементів:

$$P_{14}(G_1) = P_1 \cdot P_{II} = (1 - q_{12}q_{13}) \cdot (1 - q_{24}q_{34});$$

$$P_{14}(G_2) = 1 - Q_1 \cdot Q_{II} = 1 - (1 - p_{12}p_{34}) \cdot (1 - p_{13}p_{34}).$$

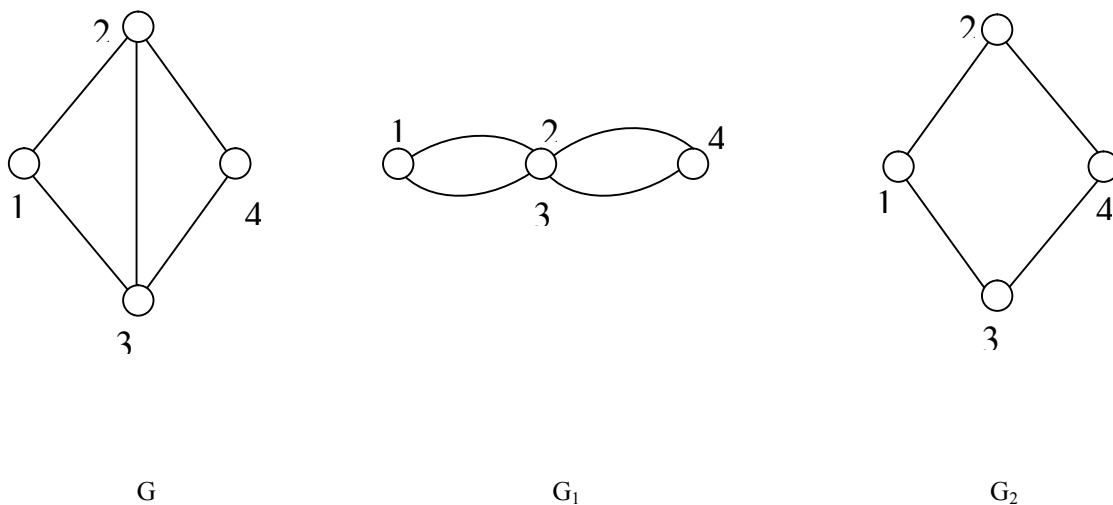


Рис. 1. Зведення графа до послідовно-паралельного з'єднання ребер

Якщо прийняти  $p_{ij}=p, q_{ij}=q$  для всіх  $i, j=1,2,\dots,n$ , тоді вираз для  $P_{14}$  прийме вигляд:

$$P_{14}(G)=p \cdot (1-q^2)^2 + q \cdot \left[ 1 - (1-p^2)^2 \right]. \quad (8)$$

Вираз (8) є тотожним виразу  $P_{1,4} = p^2(1+q^2) + 2p^3(q+q^2)$ , що підтверджує збіжність отриманих результатів за допомогою двох методів.

Аналіз методу розкладання Шеннона-Мура дозволяє виділити такі його особливості [4]:

- метод є ефективним для слабозв'язних графів з  $n \leq 10$  і дозволяє виконувати аналітичні розрахунки;

- для більш складних графів процедуру розвинення потрібно буде повторювати кілька разів;

- в результаті виконання  $m$  процедур розвинення, вихідний граф розпадається на  $2^m$  графів з послідовно-паралельними з'єднаннями ребер;

- алгоритм, побудований за даним методом, має складність  $O(2^m)$ , де  $m$  – число ребер, за якими виконується розвинення.

Ще однією особливістю ймовірності зв'язності  $P_{ij}$ , як часткового показника функціональної стійкості, є її чутливість до деградації й нарощування структури. Видалення (відмова) будь-якої лінії зв'язку АСУПР приводить до зменшення значення  $P_{ij}$ , а додавання будь-якої лінії зв'язку – до збільшення  $P_{ij}$ , що обумовлено появою нових, незалежних маршрутів передачі інформації.

Вплив видалення і додавання ребер графа структури АСУПР можна проаналізувати на такому

прикладі. Розглянемо модельний приклад двополюсної структури АСУПР (рис. 2).

На рис. 2 представлено вихідний граф. У цьому випадку ймовірність зв'язності  $P_{ij}$  обчислюється на основі методу розкладання графів за формулою:

Вираз (9) отримано за методом структурних перетворень з урахуванням припущень  $p_i=p, q_i=q$

$$P_{ij} = p^2(1-q^2) + q^2 p^3(2-p^3) + 2pq(1-q^2)(2p^2-p^4) \quad (9)$$

для всіх ребер.

В таблиці представлено результати розрахунку для вихідної структури графа (рис. 2) і для структур, отриманих після видалення і додавання деяких ребер при значеннях ймовірності передачі інформації в лінії зв'язку  $p=0,9, p=0,8$ .

Таблиця  
Значення ймовірності зв'язності у структурі АСУПР

Структура	Вирази для $P_{ij}$	$P_{ij}$ для $p=0,9$	$P_{ij}$ для $p=0,8$
Вих. структура $G(V,L)$	$p^2(1-q^2) + q^2 p^3(2-p^3) + 2pq(1-q^2)(2p^2-p^4)$	0,966	0,864
$G(V,L) \setminus l_8$	$p^3(1-q^2)(2-p^2) + qp^3(2-p^3)$	0,951	0,821
$G(V,L) \setminus l_2$	$p^3(1+qp)^2$	0,866	0,689
$G(V,L) \setminus \{l_2, l_8\}$	$p^3(1+qp)$	0,795	0,594
$G(V,L) \cup l_{ij}$	$1-q(1-P_{ij})$ (за (9))	0,977	0,973

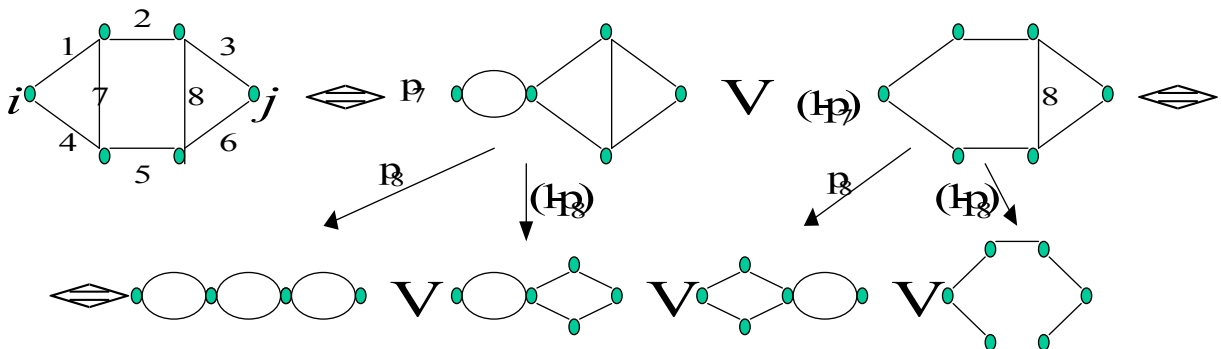


Рис. 2. Визначення ймовірності зв'язності методом структурних перетворень

Аналіз результатів (таблиця) підтверджує експонентну залежність імовірності зв'язності від відносного числа ребер  $P_{ij}(m/n)$ , де  $m$  і  $n$  – потужності множин ребер  $L$  і вершин  $V$  графа. Причому при  $m/n > 4/3$  імовірність  $P_{ij}$  перевищує значення  $p_{ij}$ .

Для аналізу функціональної стійкості складної системи викликає особливий інтерес середня чутливість імовірності зв'язності в околі точки  $P_{ij} = P_{ij}^{зад}$ :

$$\xi_{ij} = \lim_{\Delta m_L \rightarrow 1} \frac{\Delta P_{ij}(m_L / m_V)}{\Delta m_L} \cdot m_V, \quad (10)$$

$$P_{ij}(m_L / m_V) \rightarrow P_{ij}^{3AD}.$$

Чим вище  $\xi_{ij}$ , тим більший приріст показника функціональної стійкості при додаванні в структуру АСУПР ліній зв'язку.

Оскільки метод структурних перетворень визначає ймовірність  $P_{ij}$  зв'язності між однією парою вершин, то для обчислення матричної ймовірності зв'язності необхідно виконати алгоритм  $n(n-1)$  раз. В той-же час альтернативою даного методу є точні та наближені методи, класифікація яких наведена в монографії [2].

Слід зазначити, теорія визначення  $\Phi_i(t)$  і  $R_i(t)$  досить повно викладена в роботі [5].

Таким чином, в ролі показників функціональної стійкості АСУПР доцільно вибрати сімейство  $P(F_\tau)$ , що визначає ймовірність збереження деякої множини функціональних властивостей  $F_\tau = F_\tau \{z(t, \alpha), t \leq \tau\}$ ,  $t, \tau \in I$ ,  $\alpha \in A$ .

$$P(F_\tau) = P\{F_\tau[z(t, \alpha), t \leq \tau] \in B_{A_1}^\tau\}, \quad (11)$$

де  $P(F_\tau)$  – множина імовірнісних показників функціональної стійкості АСУПР.

#### Критерій функціональної стійкості

Виконання умови (12) є критерієм забезпечення системі властивості функціональної стійкості

$$P\{F_\tau[z(\alpha, t), t \leq \tau] \in B_{A_1}^\tau\} > 1 - \varepsilon, \quad (12)$$

де  $P\{F_\tau[z(t, \alpha), t \leq \tau] \in B_{A_1}^\tau\}$  – множина показників функціональної стійкості;

$F_\tau = F_\tau[z(\alpha, t), t \leq \tau] \in B_{A_1}^\tau$  – однопараметричне сімейство дійсних функціоналів;

$z(\alpha, t)$  – внутрішній стан системи, що є елементом фазового простору  $Z$ ;

$\alpha$  – параметр системи,  $\alpha \in A$ , де  $A$  – простір параметрів;

$t$  – поточний час,  $t \in I$ , де  $I$  – сукупність розглянутих моментів часу;

$\tau$  – інтервал часу, на якому оцінюється функціональна стійкість;

$B_{A_1}^\tau$  – множина значень всіх функцій з  $B$ , розглянутих у точці  $\tau$ ;

$0 \leq \varepsilon \leq 1$  – деяке число.

Цей критерій вимагає, щоб деяка властивість АСУПР зберігалася в тому або іншому імовірнісному сенсі на заздалегідь обраному інтервалі часу.

#### Висновки

Запропонований підхід щодо визначення показників та критеріїв оцінки функціональної стійкості автоматизованої системи управління повітряним рухом комплексно використовує принцип декомпозиції процедури забезпечення функціональної стійкості на більш прості етапи і пропонує методику розрахунку узагальненого імовірнісного показника функціональної стійкості як згортки матриці зв'язності структури.

За запропонованими показниками та критеріями можна оцінювати та порівнювати різні структури автоматизованої системи управління повітряним рухом, а також застосовувати їх для формування методики оптимального використання надмірності системи при парированні наслідків позаштатних ситуацій.

#### Список літератури

1. Машков О. А. Оптимизация цифровых автоматических систем, устойчивых к отказам / Л. М. Артюшин, О. А. Машков. – К.: КВВАИУ, 1991. – 89 с
2. Барабаш О. В. Построение функционально устойчивых распределенных информационных систем / О. В. Барабаш. – К.: НАОУ, 2004. – 226 с.
3. Кравченко Ю. В. Применение метода последовательного увеличения ранга  $k$ -однородного матрица в задаче синтеза структуры псевдоспутниковой радионавигационной системы / Ю. В. Кравченко // Сучасні інформаційні технології у сфері безпеки та оборони. – К.: 2008. – №2(2). – С. 19 – 22.
4. Андерсон Д. Дискретная математика и комбинаторика / Андерсон Джеймс. – М.: «Вильямс», 2006. – 960 с.
5. Гвоздева В. А. Основы построения автоматизированных информационных систем / В. А. Гвоздева, И. Ю. Лаврентьева. – М.: «Гелиос», 2007. – 320 с.

Стаття надійшла до редколегії 25.09.2011

Рецензент: д-р техн. наук, проф. О. В. Барабаш, Інститут авіаційно-космічних досліджень ім. І. І. Сікорського, Київ.