

УДК 005 : 519

<sup>1</sup>І.С. Скітер, <sup>2</sup>М.В. Двоєглазова<sup>1</sup>Славутицька філія Національного технічного університету України «КПІ», Славутич<sup>2</sup>Чернігівський державний інститут економіки та управління, Чернігів

## МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕННЯ ТА МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ ДВОХ ЕКОНОМІКО-ІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМ, ЯКІ ВЗАЄМОДІЮТЬ У ПРОСТОРІ ТА ЧАСІ

*Розглянуто модель двох економіко-інформаційних систем, які взаємодіють у просторі та часі. Запропоновано методику визначення та прогнозування стійкості станів динамічної системи. Побудовано граф просторово-часової взаємодії двох систем.*

**Ключові слова:** проект, економіко-інформаційна система, об'єднання інформаційних систем

### Постановка проблеми

У процесі описання взаємодії двох інформаційних систем в просторі та часі важливе місце посідає питання динаміки процесу управління.

В сучасних системах управління в межах проблеми інтеграції інформаційних систем проекту та підприємства приділено недостатньо уваги. Тому в даній роботі досліджується взаємодія інформаційних систем проекту та підприємства.

Математичні моделі складних економіко-інформаційних систем (ЕІС), з точки зору логіко-математичного моделювання, можна віднести до багатокомпонентних нелінійних динамічних систем розподіленого типу. Як правило, моделювання динаміки нелінійних систем проводиться на основі використання:

- багатомірних диференціальних рівнянь;
- математичного апарату кліткових автоматів;
- теорії катастроф;
- теорії самоорганізованої критичності (ентропії);
- стохастичних рівнянь Ланжевена;
- аналізу систем з хаосом та відновленням стійких станів (атракторів).

Вказані методи реалізуються на основі часових рядів даних.

### Аналіз останніх досліджень та публікацій

Найбільш доцільним для дослідження динаміки ЕІС, на наш погляд, є апарат диференціальних рівнянь, які описують динаміку зміни системи у вигляді:

$$\frac{dY}{dt} = f(X, B, t), \quad (1)$$

де  $X = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$  – вектор залежних змінних, які описують стан ЕІС;

$\frac{dY}{dt}$  – швидкість зміни факторів системи;

$t$  – час;

$f(X, B, t)$  – нелінійна вектор-функція;

$B = \{b_0, b_1, b_2, \dots, b_n\}$  – вектор параметрів системи в загальному випадку залежних від часу.

Розв'язки рівнянь виду (1) звичайно представляються фазовими траєкторіями в просторі станів системи (рис.1),  $X = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$  – факторні ознаки, незалежні економічні змінні.

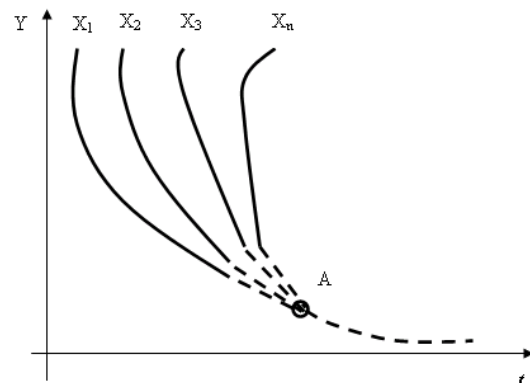


Рис.1. Фазові траєкторії у просторі станів (А-атрактор типу «центр»)

Аналіз фазових траєкторій дасть змогу зробити висновки про розвиток ЕІС у часі, визначити області детермінованої поведінки та області біфуркацій – області невизначеності та області нестійких станів системи (1), а також атрактори системи – області стійких станів, наприклад, типу «центр».

Як правило, перехід від стійкого стану до нестійкого (і навпаки) відбувається під час зміни параметру (параметрів)  $b_i$  системи (1), які можна

назвати «параметрами порядку» [1]. В реальній ЕІС вони також можуть виступати як параметри управління під час прийняття рішень щодо управління системою.

Задача аналізу динаміки ЕІС таким чином може бути сформульована як визначення таких параметрів управління за допомогою яких можлива зміна поведінки системи та її станів чи параметрів порядку, що визначають стійкі стани системи.

### Формулювання мети

Метою даної роботи є моделювання динаміки двох економіко - інформаційних систем, які взаємодіють у просторі та часі.

### Виклад основного матеріалу

Розглядаючи поведінку системи в динаміці на множині станів, можна говорити про наявність множини точок біфуркації  $A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$  [2]. Це означає, що функція поведінки системи (1) описується у просторі станів у вигляді загальної траєкторії з розподіленими у часі точками біфуркації чи атракторами (рис.2).

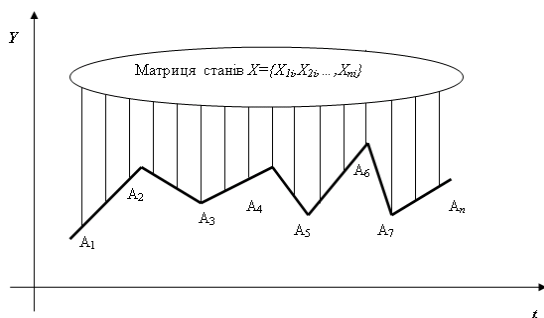


Рис. 2. Динамічний розподіл стійкості станів ЕІС

Визначені в таких точках параметри управління чи «параметри порядку» утворюють матрицю параметрів  $B = \{B_1, \dots, B_n\}$ , за допомогою якої можна оцінювати стійкість (нестійкість) економіко-інформаційної системи. Тоді на вказаній множині станів, динамічна система може бути описана системою диференціальних рівнянь виду (1) з урахуванням кількості станів [2].

Якщо в системі відомий (заданий) її початковий стан  $X(t_0)$  то існує єдиний розв'язок рівняння (1) за допомогою якого можна визначити прогнозні значення станів системи для будь-яких  $t > t_0$ .

Якщо число змінних (станів) два або більше, то динаміка ЕІС може бути описана системою 2-х і більше рівнянь виду:

$$\begin{cases} \frac{dY_1}{dt} = f_1(X_1, X_2, B_1); \\ \frac{dY_2}{dt} = f_2(X_1, X_2, B_2); \\ \dots \\ \frac{dY_n}{dt} = f_n(X_1, X_2, B_n), \end{cases} \quad (2)$$

де  $B_1, B_2, \dots, B_n$  - параметри стійкості системи.

Проблема стійкості системи пов'язана з аналізом її реакції на дію випадкових факторів з боку зовнішнього середовища. Крім того, динамічний розподіл атракторів ЕІС, як правило, нелінійний. Для спрощення розглянемо проблему аналізу стійкості ЕІС в межах лінійного (кусочно-лінійного) наближення.

Нехай  $Y^0(t)$  є деякий частинний розв'язок рівняння (1). Стійкість цього розв'язку (стану системи) є задачею дослідження. Введемо в розгляд деяку змінну  $e(t)$  - стохастичну компоненту, яка задає мале відхилення від частинного розв'язку:

$$e(t) = Y(t) - Y^0(t). \quad (3)$$

Задача полягає в дослідженні зміни в часі (динаміки) складової  $e(t)$ , яка підпорядковується рівнянню (1). Для цього розкладемо функцію  $f$  в степеневий ряд в області частинного розв'язку  $Y^0(t)$ :

$$f(e) = \left. \frac{df}{dY} \right|_{Y^0(t)} \times Y(t) + \left. \frac{d^2 f}{dt^2} \right|_{Y^0(t)} \times Y^2(t) + \dots \quad (4)$$

Похідні функції  $f$  повинні знаходитись у точках, які відповідають частинному розв'язку. Тоді рівняння (1) для стохастичної змінної  $e(t)$  з врахуванням (4) буде мати вигляд:

$$\frac{de(t)}{dt} = f(e, B) = \frac{df}{dY} Y(t) + \Psi(e), \quad (5)$$

де

$$\Psi(e) = \left. \frac{d^2 f}{dt^2} \right|_{Y^0(t)} \times Y^2(t) + \dots + \frac{d^2 f}{dt^2}.$$

Значення  $\Psi(e)$  включають всі члени з  $e^n$  ( $n \geq 2$ ), тобто враховують нелінійні добавки.

За визначенням, змінна  $e(t)$  - це мале відхилення частинного розв'язку. Тому нелінійними членами в рівнянні (5) в першому наближенні можна знехтувати. Таким чином, для аналізу динаміки складової  $e(t)$  отримаємо лінійне рівняння виду:

$$\frac{de}{dt} = C(t) \cdot e, \quad (6)$$

$$C(t) = \left. \frac{df}{dY} \right|_{Y^0(t)} \cdot \quad (7)$$

Розглянемо випадок, коли динамічна система задана рівнянням :

$$\frac{dY}{dt} = b_0 - b_1 X^2; b_0 > 0; b_1 > 0. \quad (8)$$

В стаціонарному стані зміни в часі відсутні і  $\frac{dY}{dt} = 0$ . Тоді частинний розв'язок (8) буде мати вигляд:

$$Y_{1,2}^0 = \pm \sqrt{\frac{b_0}{b_1}}. \quad (9)$$

Рівняння для стохастичної складової (6) для стаціонарного стану  $Y_1^0$  буде мати вигляд:

$$\frac{de}{dt} = (-2b_1 Y_1^0) \times e = (-2\sqrt{b_0 b_1}) \times e = \lambda e, \quad (10)$$

де

$$\lambda = \left. \frac{\partial f}{\partial Y} \right|_{Y_1^0} = -2\sqrt{b_0 b_1}. \quad (11)$$

Розв'язком рівняння (10) буде  $e = \exp(\lambda t)$ .

Це означає, що випадкова компонента за модулем експоненційно затухає ( $\lambda$  від'ємне) в часі і стан  $Y_1^0$  буде нестійким.

Так як другий стаціонарний стан  $Y_2^0$  відрізняється від першого тільки знаком, то із (12) видно, що величина  $e(t)$  буде експоненційно зростати у часі – стаціонарний стан  $Y_2^0$  буде нестійким.

Методологія опису складних динамічних систем може бути основана на синергетичному підході до їх дослідження. Його основний зміст – це максимальне врахування власних суттєвих властивостей та характеристик динаміки об'єкту управління.

Розглянемо дві взаємодіючих динамічних системи (наприклад, ЕІС), які описуються множинами атракторів  $A_1 = \{A_{11}, A_{12}, \dots, A_{1N}\}$  та  $A_2 = \{A_{21}, A_{22}, \dots, A_{2N}\}$ , розподілених на часовій осі  $t$  і в просторі станів  $XOY$  (рис.3), де  $N$  – це кількість рівноважних станів на часовому проміжку.

Характерними параметрами розподілу станів можуть бути деякі величини  $R_1$  та  $R_2$  (константи, середні чи найбільш ймовірні значення). Пара таких коефіцієнтів утворює 2-мірний вектор взаємодії  $(R_1, R_2)$ , який разом із векторами управління  $(Z_1, Z_2)$  та векторами станів  $(Y, X)$  визначають ефективність об'єднання систем [3]:

$$E = \langle (R_1, R_2), (Z_1, Z_2), (X, Y) \rangle. \quad (13)$$

Ефективність станів інтегрованої системи може бути оцінена в координатах простору та часу. Введемо два класи ефективності інтегрованої системи:

1.  $E_T$  - матриця значень показників інтегрованої системи в часі;

2.  $E_{XOY}$  - матриця значень показників інтегрованої системи у просторі.

Клас показників  $E_T$  може бути виражений економічними характеристиками, такими, як календарний план, життєвий цикл проекту, плани зміни технологій, технологічних процесів тощо. Тоді кожен елемент блоку значень  $E_T$  буде мати свій номер ( $t_i \in E_T; i = \overline{1, T}$ ). Крім того, реалізація процесів об'єднання систем буде описуватись строгою часовою послідовністю.

Таким чином, можемо говорити про те, що клас (множина)  $E_T$  буде мати відношення порядку, яке задане однозначно.

Клас показників  $E_{XOY}$  - це просторовий розподіл станів (атракторів) системи в координатах  $XOY$ , може бути заданий економічними характеристиками. Реалізація процесів інтегрування систем в класі показників  $E_{XOY}$  теж проходить в координатах часу, відбувається за деякий проміжок часу  $\Delta t = t_2 - t_1$ , тобто включає в себе не менше 2-х елементів класу  $E_T$ . Таким чином, припущення про можливість визначення ефективності інтегрованої системи в просторі станів і їх динаміки в часі підтверджується об'єднанням 2-х класів інформації про системи [4].

На основі рис. 3,б побудуємо граф просторово-часової взаємодії 2-х систем. Вершинами цього графу будуть елементи класу  $E_T$  (часові

інтервали), перехід із стану  $a_i$  в  $a_j$  поєднаємо з ребрами  $b_{ij}$  з вагами  $q_{ij}$ , які включають число інтервалів між переходами (рис.4).

Вагу вершин графу  $a_i$  позначимо через  $q_i$  та приймемо рівною числу одиниць в  $i$ -му рядку матриці суміжності.

Загальна кількість дуг графу за час  $T$ :

$$m_t = \sum_{i=1}^{n_t} \sum_{j=n_{t-1}}^{n_t} q_{ij}. \quad (14)$$

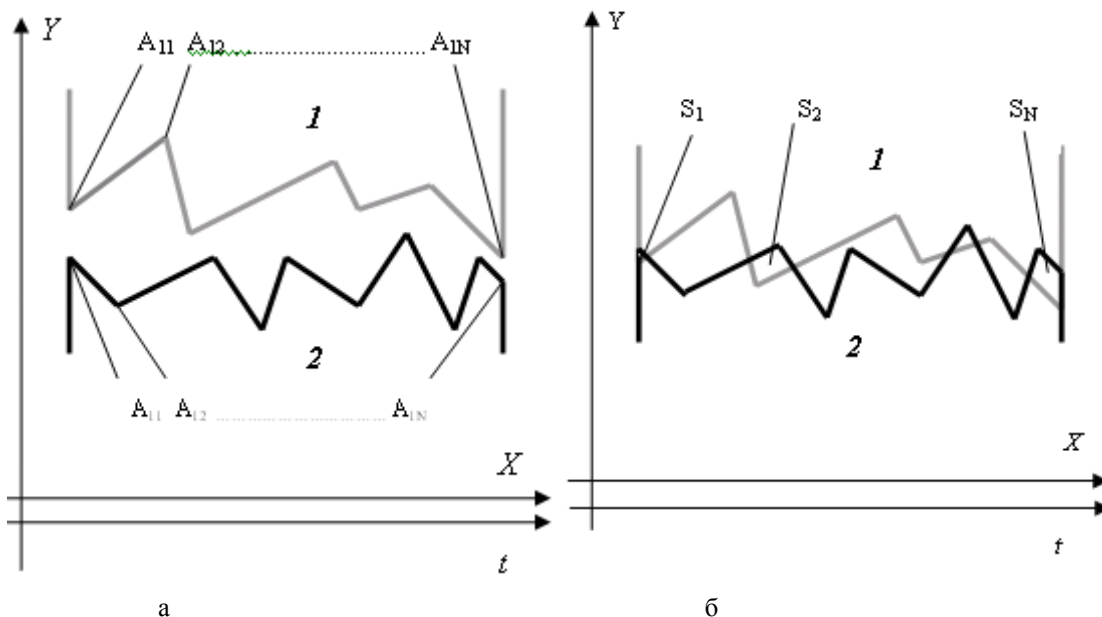


Рис.3. Інтеграція динамічних ЕІС: а – до взаємодії; б – після взаємодії;  $S_1, \dots, S_N$  – площі перетину систем

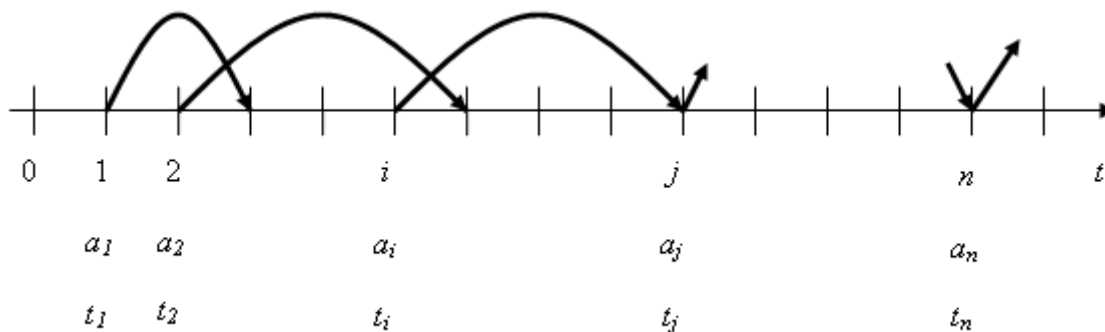


Рис.4. Лінійне представлення графа  $\Gamma(E_T, E_{XOY})$  інтеграції ЕІС

Цикломатичне число виражається як:

$$K_t = m_t - n_t + l_t, \quad (15)$$

де  $l_t$  – число компонент зв'язності графа  $\Gamma(E_T, E_{XOY})$ .

Особливостями графів, представлених на рис.4, які запропоновано для опису, моделювання і оцінки інтеграції ЕІС, є те, що вони можуть бути:

- 1) однозначно визначеними (лінійними: точка, пряма, площина тощо);
- 2) логічно визначеними (нелінійними: парабола, поліном тощо).

Існування у графів вершин 2-го типу показує, що може існувати кореляція між просторовим і часовим розподілом станів інтегрованої системи. А це, в свою чергу, дозволяє зробити висновки про можливість «впорядкування» (в межах заданого наближення) стохастичних процесів об'єднання систем [5].

Логічний зв'язок між коефіцієнтами  $R_1$  та  $R_2$  в рівняннях станів [6] описується як:

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = R_1 Z_2 Y; \\ \frac{dY}{dt} = R_2 (1 - Z_2) XY. \end{cases} \quad (16)$$

де  $X$  – розподіл станів по осі  $X$  (чисельно дорівнює числу вершин в класі  $E_T$ );

$Y$  – розподіл станів по осі  $Y$  (чисельно дорівнює числу дуг в класі  $E_{XOY}$ );

$Z_2$  – діапазон часу між діями векторів управління;

$R_1$  – оператор;

$R_2$  – оператор.

Логічний зв'язок між коефіцієнтами  $R_1$  та  $R_2$  можна задати аналітично, якщо для фіксованого

значення  $Z_2$  ввести відношення  $tg \varphi = \frac{R_2}{R_1}$ , де

$\varphi$  – фазова характеристика (динамічно-просторовий показник зміни розподілу станів).

Тоді із (16) :

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{2Z_2Y}{X^2(1-Z_2)}. \quad (17)$$

Із виразу (17):  $\varphi = \arctg \frac{2Z_2Y}{X^2(1-Z_2)}$ . (18)

Відношення  $\frac{R_2}{R_1}$  буде виступати в такому

випадку як міра ефективності інтегрованої системи.

Лінійна компоновка графа (рис.4) має різні часові інтервали  $\Delta t = t_i - t_{i-1}$ . В загальному випадку послідовність змін станів системи в часі в термінах теорії випадкових процесів можна представити як Пуасонівський потік подій зі щільністю ймовірності експоненціального закону розподілу проміжків часу між двома атракторами:

$$g(\Delta t) = \lambda e^{-\lambda \Delta t}. \quad (19)$$

Відповідна функція розподілу :

$$G(\Delta t) = 1 - e^{-\lambda \Delta t}, \quad (20)$$

де  $\lambda = \frac{N}{T}$  - параметр функції розподілу - «інтенсивність» зміни станів в інтегрованій системі;  $N$  - число атракторів у системі;  $T$  - діапазон часу.

Просторовий розподіл станів (координат атракторів в системах) також має ймовірнісний характер. В момент часу  $t$  кількість вершин профілю системи  $1$  чисельно дорівнює значенню  $n_1$ , системи  $2$  - відповідно  $n_2$ .

Тоді співвідношення  $X_t = \frac{a_t}{n_{1t} + n_{2t}}$  можна інтерпретувати як статистичне означення ймовірності: відношення кількості точок перетину систем ( $a_t$ ) до загальної кількості атракторів в обох системах ( $n_1+n_2$ ).

Крім того, якщо враховувати сумарну площу перетину систем  $\sum_{i=1}^N S_i$  та загальну площу профілів

систем  $S_1+S_2$  співвідношення  $X_t = \frac{\sum_{i=1}^N S_i}{S_1 + S_2}$  можна

інтерпретувати як геометричне означення ймовірності.

Аналогічно для ребер графа  $\Gamma$  :

$$Y_t = \frac{b_t}{m_t},$$

де  $b_t$  - кількість ребер, для яких відбулося об'єднання атракторів;  
 $m_t$  - загальне число ребер графа інтеграції систем.

Для обчислення імовірнісних характеристик вектору інтеграції систем  $(x_t, y_t)$  з координатами  $x$  та  $y$ , залежними від часу, введемо поняття «необ'єднання систем».

Залежність площі перетину систем  $\Delta S$  пропорційна загальній площі профілів систем  $S_1 + S_2 = S$  та часу  $\Delta t$  :

$$\Delta S = -\gamma M \Delta t \quad \text{або} \quad dS = -\gamma M dt. \quad (21)$$

Розв'язком (1) є залежність загальної площі профілів

$$S = S_0 e^{-\gamma t}, \quad (22)$$

де  $S_0$  - початкове значення перетину профілів в момент часу  $t_0$ .

Із виразу (22):  $\frac{S}{S_0} = e^{-\gamma t}$ . (23)

Якщо в (3)  $\frac{S}{S_0}$  представити як ймовірність

необ'єднання систем, то вираз:

$$p(t) = e^{-\gamma t}. \quad (24)$$

Це дає можливість визначити ймовірність існування точок перетину (інтеграції) систем в момент часу  $t$ , а параметр  $\gamma$  буде залежати від коефіцієнтів  $R_1$  та  $R_2$ . Крім того параметр  $p(t)$  буде визначати вагові коефіцієнти графа  $\Gamma$ .

Використовуючи лінійне представлення графа  $\Gamma$  та вагові коефіцієнти його вершин із (24), отримаємо:

$$x_t = \frac{\sum_{i=1}^{n_t} q_i e^{-\gamma(t-t_i)}}{\sum_{i=1}^{n_t} q_i}. \quad (25)$$

Ймовірність переходу в графі  $p_{ij}$  визначається за допомогою теореми множення із ймовірностями збереження його кінців  $p_i$  та  $p_j$ . Тому для  $y_t$  отримаємо:

$$y_t = \frac{\sum_{i=1}^{n_t} \sum_{j=n_t-i}^{n_t} q_{ij} e^{-\gamma(t-t_i)} e^{-\gamma(t-t_j)}}{\sum_{i=1}^{n_t} \sum_{j=n_t-i}^{n_t} q_{ij}}, \quad (26)$$

або

$$y_t = \frac{\sum_{i=1}^{n_t} \sum_{j=n_t-i}^{n_t} q_{ij} e^{-\gamma(2t-t_i-t_j)}}{\sum_{i=1}^{n_t} \sum_{j=n_t-i}^{n_t} q_{ij}} \quad (27)$$

Формули (25)-(27) дають можливість проводити імітаційне моделювання та експериментальне визначення  $x_t$  та  $y_t$  за двома джерелами баз даних: графу розподілу станів в просторі та графу розподілу станів у часі.

Обчислимо похідні для (25) – (27):

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -\frac{\gamma}{Q_t} \sum_{i=1}^{n_t} q_i e^{-\gamma(t-t_i)} - \frac{x}{Q_t} \frac{dQ_t}{dt}; \\ \frac{dy}{dt} = -\frac{2\gamma}{R_t} \sum_{i=1}^{n_t} \sum_{j=n_t-i}^{n_t} q_{ij} e^{-\gamma(2t-t_i-t_j)} - \frac{y}{R_t} \frac{dR_t}{dt}, \end{cases} \quad (28)$$

де  $Q_t = \sum_{i=1}^{n_t} q_i$ ;  $R_t = \sum_{i=1}^{n_t} \sum_{j=n_t-i}^{n_t} q_{ij}$  – оператори.

Виключимо з (27) знаки підсумовування та отримаємо:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -(\gamma + \frac{d}{dt} Q_t)x; \\ \frac{dy}{dt} = -(2\gamma + \frac{d}{dt} R_t)y. \end{cases} \quad (29)$$

Рівняння (25) – (27) та (29) дають змогу отримати систему:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = R_1 Z_2 Y; \\ \frac{dY}{dt} = R_2 (1 - Z_2) X Y. \end{cases}$$

Для отримання статистичних даних про вектор об'єднання систем (вектор інтеграції) визначимо  $R_1$  та  $R_2$ :

$$\begin{cases} R_1 = \frac{\frac{dx}{dt}}{Z_2 Y} = -\frac{(\gamma + \frac{dQ_t}{dt})x}{Z_2 Y}; \\ R_2 = \frac{\frac{dy}{dt}}{(1 - Z_2) X Y} = -\frac{(2\gamma + \frac{dR_t}{dt})Y}{(1 - Z_2) X Y}. \end{cases} \quad (30)$$

Рівняння (25) – (27) та (29) включають в себе інтервали часу  $\Delta t$  та параметр  $\gamma$ . Функція щільності ймовірності розподілу станів в інтервалі часу  $q(\Delta t) = \lambda e^{-\lambda \Delta t}$  включає в себе параметр  $\lambda$ .

Тому показники  $R_1$  та  $R_2$  також залежні від параметрів  $\lambda$ ,  $\gamma$  та  $Z_2$ . Крім того, можна зробити висновок про те, що параметр  $\lambda$  також залежить від густини атракторів на проміжку  $T$ . Цей розподіл залежить від векторів управління  $Z_1$  та  $Z_2$  систем і є частиною управлінських рішень.

Тому, на основі викладених міркувань, можемо поєднати показники в «трикутник управління» та оцінки ефективності об'єднання систем (рис.5).

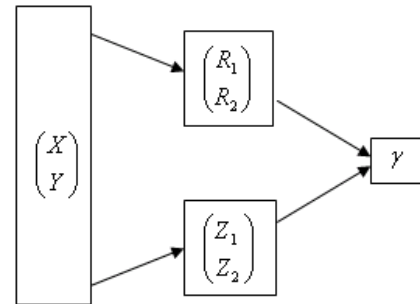


Рис.5. Структурна схема моделі оцінки ефективності інтеграції систем

Схема показує, що максимальна ефективність процесу інтеграції систем досягається за умови врахування вектору  $(R_1, R_2)$  систем. Без урахування розподілів  $R_1$  та  $R_2$  збільшення щільності атракторів в системах (параметр  $\lambda$ ) може привести до зменшення ефективності інтеграції систем.

З іншого боку, вибір значень параметрів управління  $Z_1$  та  $Z_2$  неможливий без інформації про кількість вершин та дуг графа інтеграції. Графоаналітичний метод оптимізації параметрів  $\lambda$  та вектору управління  $(Z_1, Z_2)$  необхідно проводити на основі щільності ймовірності  $\psi(R_1 R_2)$ , яка дає змогу обчислити довірчі ймовірності компонент  $x_t$  та  $y_t$  розподілу станів у часі та просторі.

Таким чином, на основі викладеного вище, можна зробити висновки про те, що система рівнянь, (25)-(26) та (28) представляє собою математичну модель, яка реалізує графоаналітичний метод синергетичного управління інтеграцією систем. Отримана модель показує, що максимальна ефективність інтеграції пов'язана із визначенням саме просторового розподілу станів системи та їх управлінням  $Z_2$ . Вказаний параметр, в свою чергу, залежить від значень  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $x_t$ ,  $y_t$ ,  $\lambda$ . Система рівнянь (25)-(26) та (28) є базою для створення структури нейронної моделі управлінням і оцінки ефективності інтеграції систем (рис.6).

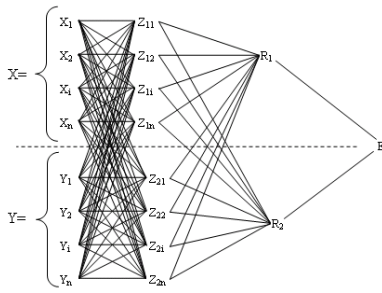


Рис.6. Структура нейронної моделі управління

На рис.6 ефективність процесу інтеграції систем  $E$  залежить від коефіцієнтів  $R_1$  та  $R_2$ . В свою чергу, вони залежать від параметрів управління  $Z_1$  та  $Z_2$ , за допомогою яких визначено  $X$  та  $Y$  – розподіли станів по осях  $X$  та  $Y$  відповідно.

### Висновки

1. Запропонована методика визначення та прогнозування стійкості станів динамічної системи за кусочно-лінійним наближенням дає змогу не тільки визначати стійкість системи на майбутні періоди, а й узагальнювати висновки щодо її поведінки для випадків двох і більше змінних станів.

2. Крім того, якщо одномірне рівняння (1) описує динаміку тільки в межах стаціонарних станів, то рівняння (2) за допомогою запропонованої методики може мати у ролі розв'язку не тільки стаціонарні, а й періодичні розв'язки.

3. Використання запропонованої методики дослідження складних економіко-інформаційних систем дасть змогу на визначеній траєкторії станів системи знайти точки біфуркації із стійкими станами, чи визначити множину атракторів, в яких однозначно визначені «параметри порядку» будуть характеризувати такі значення факторних ознак, за яких можливе максимальне управління станами системи.

4. На основі проведеного дослідження можна говорити про те, що просторово-часовий розподіл станів системи та інтеграцію систем можна оцінювати на основі створеної моделі графів. Крім того, отримана ймовірнісна інтерпретація вектору станів інтегрованої системи  $(X_t Y_t)$  з координатами  $X$  та  $Y$ , залежними від часу. Створена модель дасть змогу проводити чисельну оцінку ефективності об'єднання систем і на її основі напрацьовувати комплекс управлінських рішень.

### Список літератури

1. Анищенко В.С. Устойчивость, бифуркации, катастрофы // В.С. Анищенко Соросовский

образовательный журнал. – 2000. – №6. С. 105 – 119.

2. Сахно Є.Ю. Процес об'єднання двох інформаційних систем при управлінні проектами розвитку підприємства // Є.Ю. Сахно, А.В. Кунденко, М.В. Двоєглазова Управління проектами та розвитком виробництва: зб. наукових праць. – Луганськ, 2010. – № 2. – С. 45-51.

3. Прокопчук Ю.А. Интеллектуальное синергетичне управління динамічними системами // Ю.А. Прокопчук Искусственный интеллект. – 2009. – №4. С.12 – 21.

4. Шарпов О.Д. Економічна кібернетика / О.Д. Шарпов, В.Д. Дербенцев, Д.Є.Семьонов – К.: КНЕУ, 2005. – 231 с.

5. Валуев С.А. Системный анализ в экономике и организации производства / С.А. Валуев – Л.: Политехника, 1991. – 186 с.

6. В.Н.Бурков, А.Ю.Заложнев., Д.А.Новиков теорія графов в управленні організаційними системами / В.Н.Бурков, А.Ю.Заложнев., Д.А.Новиков. – М.: СИНТЕГ, 2001. – 358с.

7. Колесников А.А. Синергетические методы управления сложными системами: теория системного синтеза / А.А. Колесников – М.: УРСС, 2006. – 240с.

Стаття надійшла до редколегії 23.02.2011

**Рецензент:** д-р техн. наук Є.Ю. Сахно, Чернігівський державний інститут економіки управління, Чернігів