УДК:658.512.2.011:658.53:621(477)

[1]В.М. Міхайленко, [2]Д.Л. Кобець

[1] *Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ*
[2] *Хмельницький національний університет, Хмельницький*

ТЕХНОЛОГІЯ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ АВТОМАТИЗОВАНОГО ПРОЕКТУВАННЯ ВЕРСТАТНИХ ОПЕРАЦІЙ

Розглянуто елементи технології моделювання процесів автоматизованого проектування верстатних операцій

Ключові слова: моделювання, процеси проектування, автоматизоване проектування, верстатні операції

Постановка проблеми

Дослідити технологію моделювання процесів автоматизованого проектування верстатних операцій на прикладі процесів різання.

Під час дослідження задачі побудови операцій при врізному шліфуванні використовуємо метод геометричного програмування [2]. У роботі пропонується постановка задачі геометричного програмування для проектування оптимальних операцій при врізному шліфуванні на одноколових і багатоколових шліфувальних верстатах.

Деякі постановки задачі визначення оптимальної обробки поверхонь у процесі свердлінні, зенкерування і розвертування гладких отворів на верстатах з ЧПУ типу «оброблювальний центр» передбачають оптимізацію маршруту обробки за критерієм часу холостих ходів інструменту [6]. Частина отворів може бути одного розміру з однаковими вимогами за точністю.

У першому варіанті – всі отвори розбивають на групи за величиною отворів. Спочатку проводять обробку отворів однієї групи (спочатку свердління, потім зенкерування, а потім – розгортання), а потім береться інша група. Все завдання розбивається на декілька однотипних завдань за числом груп отворів. Для кожного виду обробки отворів однієї групи маршрут залишається незмінним.

Формулювання завдання: знаючи відстані між двома отворами однієї групи, вибрати найкоротший замкнутий маршрут, що проходить тільки один раз через кожен отвір. Завдання зводиться до «симетричного завдання комівояжера». Елементи початкової матриці оцінок A, число рядків і стовпців якої дорівнюють кількості отворів в групі, дорівнюють відстані між отворами: $A=\{a_{ij}\}$, де елемент a_{ij} дорівнює відстані α_{ij} між отворами з номерами i,j. На головній діагоналі матриці A стоїть знак нескінченності. Завдання вирішується методом «гілок і границь».

Крок 1. Зведення матриці $A=\{a_{ij}\}$: отримання такої матриці, в кожному рядку і в кожному стовпці якої є хоч би один нульовий елемент. Для цього в кожному рядку знаходиться найменший елемент (константа, що приводить), який потім віднімається зі всіх значень цього рядка. Та ж операція проводиться для кожного стовпця отриманої матриці. $A'=\{a'_{ij}\}$ – зведена матриця, а r – сума зведених констант.

Крок 2. Знаходження штрафів нульових елементів: для кожного нульового елементу, що стоїть на перетині рядка h і стовпця до матриці A', штраф (вартість невикористання) дорівнює:

$$P_{hk}=\min_{j\neq k}\{a'_{hj}\}+\min_{i\neq h}\{a'_{ik}\},$$

де $h=\overline{1:n}$, $k=\overline{1:n}$, n – число стовпців і рядків матриці оцінок.

Крок 3. Виділення нульового елементу з найбільшим штрафом. Якщо таких елементів декілька, то береться будь-який. Якщо нульовий елемент з максимальним штрафом стоїть на перетині рядка h і стовпця k, то безліч всіх допустимих вирішень S розбивається на дві непересічні підмножини, з яких одна S(h,k) містить ребро *(h,k),* а друга $S(\overline{h,k})$ – не містить. Кожне ребро (i,j), що входить у маршрут, означає перехід від отвору з номером i до отвору з номером j.

Крок 4. Оцінка підмножини S(h,k) і $S(\overline{h,k})$: оцінка по всіх маршрутах, що входять в ці підмножини. Оцінка для $S(\overline{h,k})$ позначається через θ(h,k): $\theta(\overline{h,k}) = r + P_{hk}$.

Під час знаходження оцінки для *S(h,k),* що позначається через *θ(h,k),* необхідно врахувати, що якщо ребро *(h,k)* входить в маршрут, то ребро *(k,h)* вже не може в нього входити. Отже, приймається $a'_{kh}=\infty$, а сторона з номером *h* і стовпець з номером *k* виключаються з матриці. У отриманій таким чином матриці проводиться приведення (крок 1) і сума нових констант, що приводять, позначається через r_{hk}. Нова приведена матриця позначається через $A'_1=\{a'_{ij}\}_1$. Тоді штраф $\theta(h,k) = r + r_{hk}$.

Крок 5. Порівняння оцінок *i(h,k)* і $\theta(\overline{h,k})$ і вибір підмножини з найменшою оцінкою. Якщо $i_{(h,k)} < \theta(\overline{h,k})$, то вибирається підмножина $S_{(h,k)}$, що містить ребро (h,k). Тоді слід повернутися до кроку 2, взявши за початкову матрицю A'_1, а потім крок 3, 4, 5. Якщо ж $\theta(h,k) > \theta(\overline{h,k})$, то для подальшого розбиття вибирається підмножина $S(\overline{h,k})$. Необхідно повернутися до кроку 2, взявши за початкову матриць A_1 (отриману на кроці 1), замінивши в ній елемент a_{1hk} на знак нескінченності. Потім переходимо до кроку 3, 4, 5. Метод дозволяє знайти всі оптимальні рішення.

У другому варіанті постановки завдання вважається за доцільне шукати маршрут для всіх отворів при одному виді обробки, тобто отвори всіх діаметрів повинні спочатку пройти обробку свердлінням, потім зенкеруванням, а потім – розвертуванням. Все завдання розбивається на три однакових – знайти замкнутий маршрут, що проходить тільки один раз через всі отвори. Початкова матриця оцінок А за такої постановки матиме велику розмірність: число рядків і стовпців дорівнює кількості оброблюваних отворів. У процесі переходу від одного отвору одного діаметра до іншого необхідно враховувати час зміни інструменту $t_{з.і.}$ Знаючи швидкість позиціювання $v_{поз,}$ можна знайти шлях який пройшов би інструмент за час $t_{с.і.,}$ отже елемент матриці оцінок А дорівнює

$$a_{ij} = \begin{cases} d_{ij}, \textit{якщо i та j} - \textit{номера отворів одного діаметра} \\ d_{ij} + t_{c.i.} v_{поз}, \textit{якщо i та j} - \textit{номера отворів рівних діаметрів} \end{cases}$$

При нумерації отворів можна починати з верхнього лівого кута і вести зліва направо, нумеруючи за порядком всі отвори на верхній горизонтальній осі, потім зліва направо за наступною горизонтальною віссю і так далі. Отриману матрицю оцінок досліджують методом «гілок і границь». При різних значеннях $V_{поз}$ оптимальні маршрути розрізнятимуться. Складання матриці оцінок принципово не зміниться, якщо розглядати маршрут обробки отворів по декількох площинах. Тоді під час складання матриці оцінок А окрім часу зміни інструменту необхідно враховувати час повороту столу верстата. Можливий і інший варіант, що відповідає цій же схемі: розглядати обробку отворів одного діаметру по всій площині без зміни інструменту. В цьому випадку завдання знову розкладається на декілька однотипних (за числом отворів одного діаметра на всій площині). Під час складання матриці оцінок окрім відстані отворів від нульової точки необхідно враховувати час повороту столу верстата.

У третьому варіанті здійснюється спільна постановка завдання для отворів в одній площині. На відміну від другої постановки розмірність матриці оцінок збільшується втричі (за числом видів обробки). Кожен отвір нумерується три рази. Спочатку проводиться повна нумерація всіх n отворів (як у другому варіанті), потім в тій же послідовності, продовжуючи нумерацію у порядку чисел (n+1), (n+2), повторюють весь процес двічі. Три серії номерів (перша: від 1 до n; друга: від (n+1) до 2n; третя: від (2n+1) до 3n, що виходять, відповідають трьом видам обробки для отворів. Якщо отвори *i, j* одного діаметру з номерами з однієї серії, то $a_{ij}=d_{ij}$. Якщо отвори різних діаметрів або з номерами з сусідніх серій, то $a_{ij}=d_{ij}+t_{зі}V_{поз}$. Для того, щоб не допустити пропусків якого-небудь виду обробки і забезпечити потрібну послідовність в обробці кожного отвору, відповідні елементи матриці оцінок замінюються знаком нескінченності. В результаті виходить «несиметричне завдання комівояжера», яке вирішується тим же методом. У цій же постановці можна розглядати завдання знаходження маршруту обробки отворів по всій площині. Велика розмірність матриці оцінок *А* і складання її викликають значні обчислювальні труднощі.

Друга модель побудована для задач знаходження послідовності виконання переходів обробки поверхонь деталі на багатопозиційних верстатах: вертикальних, горизонтальних багатошпиндельних токарних напівавтоматах та ін.

Наявну сукупність переходів необхідно розподілити за позиціями верстата. Нехай кількість переходів дорівнює *P*, а число позицій на верстаті – *m*. Введемо змінні x_{ij}, які набувають значення *0* або *1*, де:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, \textit{якщо } i - \textit{тий перехід виконується на } j - \textit{тій позиції;} \\ 0, \textit{в протилежному випадку} \end{cases} \quad (1)$$

при цьому $i = \overline{1:P}$, $j = \overline{1:m}$

Враховуючи досвід експлуатації багатопозиційних верстатів, можна виділити основні групи обмежень.

Перша група пов'язана із закріпленням певних переходів за позиціями верстата

$$\sum_{j \epsilon A_i} x_{ij} = 1, i = \overline{1:P}, \qquad (2)$$

де A_i – множина індексів позицій, на яких може бути виконаний i-тий перехід.

Друга група обмежень пов'язана з вимогою певної черговості виконання переходів. Якщо виконання переходу з індексом i неможливе без виконання переходів з індексами, що входять в множину B_i, то

$$x_{ij} \leq \sum_{v=1}^{j=1} x_{i'v}, \text{ для всіх } i' \epsilon\ B_i, \text{ де } j \epsilon\ A_i. \qquad (3)$$

Третя група обмежень показує можливість поєднання декількох переходів на одній позиції

$$\sum_{i} x_{ij} \leq k, \ j = \overline{1:m}, \qquad (4)$$

де підсумовування йде за індексами даних переходів, ціле число k вказує кількість поєднуваних на одній позиції переходів.

Складання цих обмежень можна проілюструвати на прикладі обробки деталей на токарних багатошпиндельних напівавтоматах послідовної дії. Число робочих позицій залежить від ступеня обробки. Так, на восьмишпиндельному напівавтоматі у процесі обробки за одноіндексною схемою число робочих позицій дорівнює семи, а при обробці за двохіндексною схемою – шести (по три позиції для кожної установки деталі). Обмеження першої групи пов'язані із закріпленням чорнових переходів за початковими позиціями верстата, а чистових переходів – за кінцевими позиціями. Обмеження другої групи використовуються для встановлення необхідної черговості виконання переходів (наприклад, переходів, що відносяться до однієї поверхні і так далі). Обмеження (4) показують можливість обробки на одній позиції декількох поверхонь. Наприклад, можливість спільної обробки внутрішньої і зовнішньої циліндрових поверхонь, якщо співвідношення D/d≤2 (D, d – діаметри зовнішньої і внутрішньої циліндрової поверхні). Використання обмежень третьої групи дозволяє заборонити виконання переходів на одній позиції. Так, внутрішню циліндрову і торцеву поверхні не можна обробляти на одній позиції, якщо довжина ходу супорта в радіальному напрямі менше або дорівнює розміру оброблюваних торців:

$$x_{i_1 j} + x_{i_2 j} \leq 1, \text{ для } j \epsilon\ A_{i_1} \bigcap A_{i_2}. \qquad (5)$$

де перехід з індексом i_1 відноситься до циліндрової, а перехід з індексом i_2 – до торцевої поверхні; індекс j належить перетину множин A_{i1} та A_{i2} (див. формулу 4).

Якщо при обмеженнях (2) – (4) потрібно знайти оптимум критерію виду, то задача зводиться до моделі цілочисельного програмування, в якій умови цілочисельності зведені до

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \\ 0, & i = \overline{1:P},\ j = \overline{1:m}. \end{cases} \qquad (6)$$

При знаходженні розподілу сукупності переходів по робочих позиціях верстата, як критерії оптимальності можна використовувати критерій технологічної собівартості.

Серед методів цілочисельного програмування (методи відсікання, методи повернення – метод «гілок і границь» і його модифікації) найбільш пристосованим до такого формулювання задачі є алгоритм часткового перебору (адитивний алгоритм) [5].

Ідея методу полягає в такому: якщо враховувати тільки умову (5), то існує 2^{mp} можливих виборів значень (x_{11}, x_{12}, …, x_{pm}). Багато які з цих варіантів будуть неприпустимими через обмеження (2) – (4), і лише декілька (або один) будуть оптимальними. Будь-яка підмножина $\{x_{ij}\}$, де кожному елементу поставлено у відповідність 0 або 1, називається *частковим рішенням.* Змінні, які не увійшли до часткового рішення, називаються *вільними змінними.* Будь-який конкретний набір всіх вільних змінних називається *доповненням до відповідного часткового рішення.* У алгоритмі будь-яке завдання основного списку відповідає частковому рішенню, а можливі доповнення породжують гілки дерева. Алгоритм називається модифікацією методу «гілок і границь», і є зручним для булевих змінних (x_{ij} = 0 або 1).

На кожній ітерації потрібна нижня оцінка (границя) оптимального значення критерію. На першій ітерації передбачають, що ця нижня границя Z_1 або строго менше оптимального значення, або дорівнює значенню критерію, відповідного фіксованому допустимому значенню змінних x_{ij}. У найсприятливішому випадку можна прийняти $Z_1= \infty$. Якщо зафіксована на якійсь ітерації t нижня границя Z_t і можна вказати допустиме рішення, що дає цю нижню оцінку, то можна оцінити необхідність подальшого розгалуження якого-небудь часткового рішення. Якщо ж можна певним чином показати, що для будь-якого допустимого доповнення значення цільової функції існує і не перевищує поточну нижню оцінку – то необхідність в розгалуженні відпадає.

Отже, на будь-якій ітерації t відома нижня оцінка Z_t оптимального значення критерію і є основний список завдань, в якому кожному завданню відповідає певне часткове рішення. На першій ітерації в основному списку є два завдання, отримані в результаті вибору x_{lk}, причому приймається, що часткове розв'язання однієї задачі включає $x_{lk} = 0$, а інший - $x_{lk} = 1$.

Опис алгоритму (на ітерації t).

Крок 1. Припинити обчислення, якщо основний список задач пустий. Інакше вибрати одне завдання з основного списку і викреслити його з нього.

Крок 2. Якщо можна знайти вільні змінні, які повинні мати певні значення при будь-якому допустимому доповненні, коли значення цільової функції перевершує Z_t, то відповідним чином розширити часткове рішення. Якщо встановлено, що не існує допустимого доповнення, що дає значення цільової функції, більше чим Z_t, то покласти $Z_{t+1} = Z_t$ і повернутися до кроку 1. Інакше перейти до кроку 5.

Крок 3. Якщо розширене часткове рішення є повним (тобто містить всі змінні), то зафіксувати його, набувши значення Z_{t+1} рівним відповідно значенню цільової функції, і повернутися до кроку 1. Інакше перейти до кроку 4.

Крок 4. Вибрати будь-яку вільну змінну x_{lk}. Внести два завдання до основного списку. До одного з них покласти $x_{lk} = 0$ (у розширеному частковому рішенні), до іншого - $x_{lk} = 1$.

Покласти $Z_{t+1} = Z_t$ і повернутися до кроку 1.

Під час формулювання задачі система обмежень (2) – (4) вимагає цілковитих даних про послідовність виконання і можливості поєднання переходів в часі. У процесі використання цієї моделі для проектування операцій на вертикальних багатошпиндельних напівавтоматах послідовної дії істотного спрощення процесу формування системи обмежень можна добитися, використовуючи алгоритм розподілу переходів за позиціями верстата, запропонованою в роботах [8, 9]. Розподіл сукупності переходів за позиціями в цьому алгоритмі проводиться на основі технологічних правил проектування операцій, вироблених практикою експлуатації напівавтоматів. Розподіл здійснюється за допомогою системи класифікації оброблюваних поверхонь деталі. Рівні класифікації, що проводиться, враховують спроможність обробки поверхонь з однієї установки, розділення поверхонь за видом, за розташуванням (зовнішні, внутрішні), за типами (поверхні крізні, з упором), за кількістю переходів, необхідних для обробки кожної поверхні. Використання системи кодування поверхонь дозволяє (враховуючи можливості об'єднання переходів, закріплення переходів за певними позиціями, певну схему обробки) знаходити варіанти розподілу переходів. Даний алгоритм не є оптимізаційним, але з його допомогою можна отримати всі реальні варіанти розподілу, можна з'ясувати питання про необхідність переходу з однієї схеми обробки на іншу. Слід зазначити, що всі обмеження, що перевіряються, використовувані в алгоритмі, записуються у вигляді (2) - (4). Тому отримані можливі варіанти описуються виразами (2) – (5) і оцінюються за критеріями оптимальності в рамках завдання цілочисельного програмування, сформульованого вище.

Під час використання багатопозиційних верстатів (вертикальних і горизонтальних токарних багатопозиційних напівавтоматів) необхідно забезпечити рівномірне навантаження позицій. Після розподілу сукупності переходів за робочими позиціями верстата, можна виділити ту позицію, тривалість обробки на якій найбільша. Продуктивність обробки деталі на верстаті визначається цією лімітуючою позицією. Режим обробки на решті позицій можуть бути понижені. Вирівнювання тривалості обробки на всіх позиціях верстата дає виграш, наприклад, за собівартістю всього комплексу робіт, за точністю обробки. При цьому зниження режимів на нелімітуючих позиціях не повинне зменшувати вже досягнутої продуктивності обробки деталі на верстаті. Така постановка завдання може бути проілюстрована на прикладі обробки деталей на вертикальних багатошпиндельних напівавтоматах. У процесі обробки на цих верстатах чорнові переходи поєднуються за часом з чистими. Результати досліджень, які наведені в роботі [9] показують: сумарний момент $M_{кр.ст}$, що крутить від дії сил різання на кожній позиції, викликаючи віджимання фіксатора і зсув столу напівавтомата щодо інструменту, сприяє виникненню похибки обробки $\Delta_{у\ зм.ст.}$ Експериментально встановлена залежність має вигляд:

$$\Delta_{у\ зм.ст.} = A_c M_{кр.ст.},$$

де A_c – коефіцієнт, що характеризує верстат і умови обробки [9].

Для кожної нелімітуючої позиції можна вказати безліч пар (n_i, S_j) (де n_i – число оборотів шпинделя, S_j – величина подачі), що задовольняють обмеженням за точністю розміру, форми і поверхні оброблюваних поверхонь (1), за потужністю, споживаній на різання. Крім того, час обробки на нелімітуючих позиціях при цих поєднаннях (n_i, S_j) не повинен перевищувати час обробки на виявленій лімітуючій позиції. Вибір серед цих можливих поєднань проводитиметься так, щоб мінімізувати величину $M_{кр.ст.}$, а, отже, і мінімізувати функцію

$$Z = \left|\Delta_{у\,сіст}\right| = A_c\left|M_{кр.ст.}\right| = A_c R\left|\sum_f P_{yf} + \sum_F P_{xF}\right|, \quad (7)$$

де R – радіус кола розташування шпинделів, $\sum_f P_{yf}$, $\sum_F P_{xF}$ - сумарні сили при обробці циліндрових і торцевих поверхонь заготовок.

Безліч допустимих для *k*-тої позиції пар (n_i, S_j) позначається через $B_к$. Хай $n_1 = \min\{n_i\}$, $n_r = \max\{n_i\}$, де мінімум і максимум береться за всіма n_i таким, що відповідні ним пари (n_i, S_j) належать безлічі $\bigcup_к B_к$. Аналогічно: $S_1 = \min\{S_j\}$, $S_l = \max\{S_j\}$,

де S_j такі, що (n_i, S_j) є $\bigcup_к B_к$. Тоді для всіх позицій будуть справедливі нерівності: $n_1 \le n_i \le n_r$; $S_1 \le S_j \le S_l$. Якщо (n_i, S_j) є $\bigcup_к B_к$ то цьому поєднанню (n_i, S_j) відповідатиме певне значення $P_{y\ f}$ (или $P_{x\ F}$). Вибір $P_{y\ f}$ (або $P_{x\ F}$) для пари (n_i, S_j) залежить від номера позиції, оскільки маршрут обробки деталі по позиціях відомий. Наявну кінцеву безліч пар (ni, Sj) є$\bigcap_к B_к$, можна перенумерувати, записавши їх в певному порядку. Наприклад, індекс *i* залишається рівним одиниці, поки *j* не пройде всі значення від 1 до *l*, потім і=2 і j знову набуває всіх значень від 1 до *l* і так далі. Загальна кількість всіх пар рівна *lr*. Якщо $\bigcap_к B_к$ =0, то будь-яка пара (n_i, S_j), що належить декільком множинам $B_к$ має бути врахована відповідне число разів. І в цьому випадку пари можуть бути пронумеровані в строго певному порядку, причому пара (n_i, S_j) враховується стільки раз, на скількох позиціях верстата вона зустрічається як можлива.

Матриця оцінок складається таким чином: у верхньому рядку записуються номери пар (n_i, S_j), а в першому лівому стовпці - номери позицій верстата. Матрицю можна доповнити до квадратної, заповнивши перший лівий стовпець номерами фіктивних позицій. Внутрішні елементи матриці заповнюються таким чином: якщо пара (n_i, S_j); використовується як можлива, то в клітці проставляється відповідне значення $P_{y\ f}$ (або $P_{x\ f}$), якщо ж пара (n_i, S_j) не є можливою для цієї позиції, то у відповідній клітці k-того рядка ставиться знак нескінченності (або достатньо велике число). Рядки фіктивних позицій заповнюються нулями.

Математична модель формулюється таким чином: дана (NxN) матриця A=$\{a^0{}_{UV}\}$, де $a^0{}_{uv} \ge 0$; $U = \overline{1:n}$. Потрібно знайти (NxN) матрицю $X = \{x_{uv}\}$, таку що

$$x_{uv} = x^2{}_{uv} \tag{8}$$

$$\sum_{u=1}^{N} x_{uv} = \sum_{v=1}^{N} x_{uv} = 1 \tag{9}$$

$$\sum_{u,v} a^0{}_{uv} x_{uv} \to \min \tag{10}$$

Спільне виконання (8) і (9) еквівалентно таким умовам:

а) x_{uv} = 0 або 1;

б) у кожному рядку і в кожному стовпці матриці *X* один і лише один елемент дорівнює одиниці.

Сформульоване завдання є завданням про призначення. Матриця X називається матрицею призначення. Отримання цієї матриці дає можливість вказати пару (n_i,S_j), яка використовуватиметься на k-тій позиції. При цьому забезпечується мінімум функції (9) і, отже, функції (8). Для вирішення завдання використовувалася стандартна програма ефективного «угорського методу». Задачу можна вирішувати і методом «гілок і границь».

Один з можливих методів вирішення широкого класу нелінійних завдань є метод геометричного програмування, який дозволяє розглядати завдання з урахуванням особливостей їх інженерної постановки. Основна вимога геометричного програмування полягає в тому, щоб всі технічні характеристики були виражені у вигляді позитивних поліномів (позиномів) від регульованих параметрів. Функція g(x) називається позиномінальною функцією, якщо

$$g(x) = \sum_{i=1}^{n} C_i \prod_{j=1}^{m} x_j^{\alpha_{ij}},$$

де C_i та α_{ij} – постійні, C_i>0; $x^T = [x_1, ..., x_m]$, x>0.

У багатьох технологічних завданнях залежності між параметрами прямо приводять до функцій типу позиномів. Так, при побудові оптимальних операцій при врізному шліфуванні на одно- і багатокругових шліфувальних напівавтоматах ставилося завдання вибору режимів обробки, які забезпечують мінімальний час обробки, досягши заданої точності.

Продуктивність шліфувального напівавтомата може бути знайдена за формулою:

$$Q = \frac{k_0 x}{t_x + k_0(\sum C_{0q} + t_e + t_{орг}) + 1},$$

де $k_0 = \dfrac{1}{t_{po}}$ – технологічна продуктивність; t_{po} – основний час при n_0 (при початковій швидкості обертання виробу $V_п$), хв; t_e – час на ремонт, регулювання і наладку механізмів напівавтомата, хв.; $t_{орг}$ – втрати часу за організаційних причин, хв; t_x – час холостих ходів (циклові втрати), хв; $\sum C_{0q}$ - сума втрат часу за інструменом, хв.

Провівши необхідні заміни в приведеній формулі, отримаємо вираз для часу обробки:

Провівши необхідні заміни в приведеній формулі, отримаємо вираз для часу обробки:

$$\frac{1}{Q} = g_0(\overline{x}) = C_1 x_1^{-1} x_2^{-1} + C_2 x_1 x_2^{1.75} + C_3 x_2^{-1} x_3^{-1} \text{ (хв/шт)}$$

$$C_1 = (z_{\max} + \sum y_{\max} + U_{\max}) \frac{\pi D_f}{1000};$$

$$C_2 = \sum C_{0q}$$

$$C_3 = z_{\max} + \frac{\pi D_f}{1000}\left(1 - \frac{\alpha' + \alpha''}{100}\right);$$

$$x_3 \le \left(\sum y_{\max} + U_{\max} - S_j\right);$$

$$x_1 = S_j;$$

$$x_2 = V_{ui} \quad (12)$$

де $\sum C_{0q}$ - сума втрат часу за інструментом, хв.

$\sum y_{\max}$ - сумарний знос технологічної системи, мм; $U_{\max}$ – максимальний розмірний знос лімітуючого шліфувального круга, мм; $z_{\max}$ – максимальний припуск на обробку, мм; D_f – діаметр оброблюваної шийки, мм; α', α'' – коефіцієнти, що враховують відсоток часу регулювання і на організаційні причини від основного часу відповідно.

Оптимальний цикл на шліфувальних напівавтоматах можна оцінювати за мінімальним часом обробки за певних обмежень, обумовлених вимогами до якості поверхні, технічними характеристиками верстата. Так, обмеження за сумарною величиною радіальних зусиль має вигляд:

$$C_p x_1^{0,4} x_2^{0,35} D_f^{0,35} \sum_{i=1}^{k} L_{fi} \le P_{y\,доп}, \quad (13)$$

де C_p – коефіцієнт, залежний від умов обробки; L_{fi} – довжина оброблюваної шийки в мм; до = 1,2., n – кількість одночасно шліфованих шийок ступінчастого валу; $P_{y\ доп}$ – допустима величина радіальних зусиль.

Сумарна потужність, споживана на різання, не повинна перевищувати потужність електроприводу верстата $N_{ел}$ з урахуванням к.п.д. η і коефіцієнта допустимого перевантаження електродвигуна k_n:

$$C_N x_1^{0,8} x_2^{0,8} D_f^{0,2} \sum_{i=1}^{k} L_{fi} \le N_{ел} \eta k_n, \quad (14)$$

де C_n – коефіцієнт, залежний від умов обробки.

Режим шліфування повинен забезпечувати розмірну стійкість круга

$$\left(\sum y_{\max} + U_{\max}\right) - S_j \le U_{дод} \quad (15)$$

Інші обмеження пов'язані із завданням меж допустимих чисел оборотів n_{ii}, допустимих меж величин подач S_j, із забезпеченням точності розміру, форми в поперечному перетині, заданою шорсткістю оброблюваних шийок валу.

Цикл шліфування розділяється на етапи. Перші два етапи – врізання і чорнове шліфування виконують на підвищених режимах з метою підвищення продуктивності обробки. На цих етапах враховується частка обмежень. Наступні етапи – чистове шліфування забезпечує точність розміру, форми, задану шорсткість оброблюваних поверхонь.

Попередні дослідження дозволили виділити ті обмеження, які можуть бути активними на першому етапі врізання [1].

Сформулюємо завдання геометричного програмування – завдання знаходження параметрів режимів обробки на першому етапі:

$$\left.\begin{aligned}
&g_0(\overline{x}) = C_1 x_1^{-1} x_2^{-1} + C_2 x_1 x_2^{1,75} + C_3 x_2^{-1} x_3^{-1} \to \min \\
&g_1(\overline{x}) = C_4 x_1^{0,8} x_2^{0,8} \le 1 \\
&g_2(\overline{x}) = C_5 x_2 \le 1 \\
&g_3(\overline{x}) = C_6 x_1 + C_7 x_3 \le 1 \\
&x_1 \succ 0,\ x_2 \succ 0,\ x_3 \succ 0,\ C_i \succ 0,\ i = \overline{1:7}
\end{aligned}\right\} \quad (16)$$

Матриця експонент (матриця з показників ступеня при x_i) має вигляд:

$$\begin{pmatrix}
-1 & -1 & 0 \\
1 & 1,75 & 0 \\
0 & -1 & -1 \\
0,8 & 0,8 & 0 \\
0 & 1 & 0 \\
1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1
\end{pmatrix} \quad (17)$$

За прямим завданням (16) будується двоїсте завдання максимізації нелінійної функції за лінійних обмежень на подвійні змінні:

$$
\left.\begin{aligned}
&V(\delta) = \left(\frac{C_1}{\delta_1}\right)^{\delta_1}\left(\frac{C_2}{\delta_2}\right)^{\delta_2}\left(\frac{C_3}{\delta_3}\right)^{\delta_3}\left(\frac{C_6}{\delta_6}\right)^{\delta_6}\left(\frac{C_7}{\delta_7}\right)^{\delta_7} C_4{}^{\delta_4} C_5{}^{\delta_5} (\delta_6 - \delta_7)^{(\delta_6+\delta_7)}\\
&\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 = 1 \quad - \textit{умова нормалізації}\\
&\left.\begin{aligned}
&-\delta_1 + \delta_2 + 0{,}8\delta_4 + \delta_6 = 0\\
&-\delta_1 - 1{,}75\delta_2 - \delta_3 + 0{,}8\delta_4 + \delta_5 = 0\\
&-\delta_3 + \delta_7 = 0
\end{aligned}\right\}\textit{умова ортогональності}\\
&\delta_1 \ge 0, \delta_2 \ge 0, \delta_3 \ge 0, \delta_4 \ge 0, \delta_5 \ge 0, \delta_6 \ge 0, \delta_7 \ge 0
\end{aligned}\right\} \qquad (18)
$$

Рішення двоїстої задачі істотно легше. Згідно з теорією двоїстості $\min g_0(\overline{x}) = \max V(\overline{\delta})$. При цьому, за відомим оптимальним рішенням завдання знаходять оптимальне рішення задачі (16). Двоїста задача не лише полегшує знаходження рішення, але має цікаву технологічну інтерпретацію. Подвійні змінні поставлені в однозначну відповідність з членами позінома і в точці оптимуму дають уявлення відносних величин цих членів.

Різниця між числом членів в позіномах і числі змінних мінус одиниця називається *ступенем трудності завдання.* У нашому випадку ступінь трудності d дорівнює 3: d = 7 – 3 – 1 = 3. Ступінь трудності збігається з числом незалежних змінних, за якими максимізовувалася функція $v(\overline{\delta})$. Будуємо базисні вектори: $b^{(j)}$, j = 0,1,2.,d, отже спільне вирішення подвійних обмежень матиме вигляд:

$$
\overline{\delta} = \overline{b}^{(0)} + \sum_{j=1}^{d} r_j \overline{b}^{(j)}, \qquad (19)
$$

де r_j – довільні дійсні числа, що задовольняють умовам позитивності:

$$
b_i{}^{(0)} + \sum r_j b_i{}^{(j)} \ge 0, \quad i = \overline{1:7}. \qquad (20)
$$

Тут $b_i^{(j)}$ – це *i*-та компонента вектора $\overline{b}^{(j)}$, r_j називається *базисними змінними*. Вектор $\overline{b}^{(0)}$, що задовольняє умовам нормалізації і ортогональності, називається *вектором нормалізації,* вектори $\overline{b}^{(j)}$ $(j = 1,2,3)$ є незалежним рішенням однорідної частки умов нормалізації і ортогональності, вони називаються векторами незв’язності. Базисні вектори подвійного простору $\overline{b}^{(j)}$ $(j = 0,1,2,...,d)$ можна отримати з матриці експонент, використовуючи стандартну процедуру лінійної алгебри. На першому кроці матриця експонент приводиться до «діагонального» типа. Потім отримуємо потрібні вектори $b^{(j)}$, j=0, 1, 2, 3. Отримані вектори мають вигляд:

$$
b^{(0)} = \begin{vmatrix} 1\\ 0\\ 0\\ 0\\ 1\\ 1\\ 0 \end{vmatrix}; \quad b^{(1)} = \begin{vmatrix} -1\\ 1\\ 0\\ 0\\ -2{,}75\\ -2\\ 0 \end{vmatrix};
$$

$$
b^{(2)} = \begin{vmatrix} -1\\ 0\\ 1\\ 0\\ 0\\ -1\\ 1 \end{vmatrix}; \quad b^{(3)} = \begin{vmatrix} 0\\ 0\\ 0\\ 1\\ -0{,}8\\ -0{,}8\\ 0 \end{vmatrix}
$$

Спільне рішення подвійних обмежень має вигляд:

$$
\overline{\delta} = b^{(0)} + b^{(1)} r_1 + b^{(2)} r_2 + b^{(3)} r_3
$$

або

$\delta_1 = 1 - r_1 - r_2$; $\delta_3 = 1 - 2{,}75r_1 - 0{,}8r_3$

$\delta_2 = r_1$; $\delta_6 = 1 - 2r_1 - r_2 - 0{,}8r_3$

$\delta_3 = r_2$; $\delta_7 = r_2$

$\delta_4 = r_3$;

де r_1, r_2, r_3 – довільні дійсні числа, що задовольняють умовам позитивності:

$r_1 \ge 0$

$r_2 \ge 0$

$r_3 \ge 0$

$1 - r_1 - r_2 \ge 0$

$1 - 2{,}75r_1 - 0{,}8r_3 \ge 0$

$1 - 2r_1 - r_2 - 0{,}8r_3 \ge 0$

Ще до виконання чисельної оптимізації подвійного завдання, з постійних, які називаються базисними, можна отримати інформацію про пряме завдання – за суттю провести аналіз прямого завдання – визначити сімейство безлічі коефіцієнтів C_j, які дають те ж мінімальне значення $g_0(\overline{x})$. Базисні постійні в завданні будуть рівні:

$K_0 = C_1C_5C_6$; $K_1 = C_1^{-1}C_2C_5^{-2,75}$; $K_2 = C_1^{-1}C_3C_6^{-1}C_7$; $K_3 = C_4C_5^{-0,8}C_6^{-0,8}$.

Базисні постійні приводять до певних інваріантних співвідношень прямого завдання – для цього треба вирішити систему:

$$\sum_{i=1}^{7} b_i^{(j)} \ln C_i = \ln K_j \ ; \ j = \overline{0:3} \ ,$$

лінійну відносно *ln* C_i.

Для знаходження цих значень немає необхідності у визначенні оптимуму, достатньо знати вектори нормалізації і нев'язки.

Вектори $b^{(j)}$ використовуються і при числовому рішенні подвійної задачі. Складаються рівняння, що максимізували:

$$K_j = (\prod_{i=1}^{7} \delta_i b_i^{(j)}) \prod_{k=1}^{3} \lambda_k (\overline{\delta})^{-\lambda_k^{(j)}} \ ; \ j = \overline{1,d}$$

де

$$K_j = \prod C_i^{b_i^{(j)}} \ , \qquad (23)$$

$$\lambda_k(\overline{\delta}) = \sum_{i \in J(k)} \delta_i \ ; \ \text{k=1,2,3};$$

$$J(1) = \{4\}; \ J(2) = \{3\}; \ J(3) = \{6,7\};$$

$$\lambda_k^{(j)} = \sum_{i \in J(k)} b_i^{(j)}, \quad j = \overline{0,d} \ .$$

Для завдання максимізуючі рівняння мають такий вигляд:

$$\left.\begin{aligned} &C_1^{-1} C_2 C_3^{-2,75} C_6^{-2} = \delta_1^{-1} \delta_2^{2} \delta_3^{-2,75} \delta_4^{-2} \delta_3^{2,75} (\delta_6 + \delta_7)^2 \\ &C_1^{-1} C_3 C_6^{-1} C_7 = \delta_1^{-1} \delta_3 \delta_6^{-1} \delta_7 (\delta_6 + \delta_7)^{-(1-1)} \\ &C_4 C_5^{-0,8} C_6^{-0,8} = \delta_4 \delta_3^{-0,8} \delta_6^{-0,8} (\delta_6 + \delta_7)^{0,8} \delta_4^{-1} \delta_3^{0,8} \end{aligned}\right\} \qquad (24)$$

$$1 - r_1 - r_2 = \frac{C_4^{5/4} C_1^{-1} C_6^{-1} - 1}{C_1^{-1} C_2 C_4^{-5/4} C_3^{-1,83} C_6^{-1} - C_1^{-1} C_2 C_4^{-5/2} C_3^{-3/1} + C_1^{-1} C_3 C_4^{5/4} C_6^{-1} - 1} \ .$$

Знаючи δ^* - точку двоїстої задачі, на максимізацію, можна знайти мінімізуючу точку $(x^*)^{\uparrow} = \left[x_1^*, x_2^*, x_3^* \right]$ прямого завдання і мінімальне значення цільової функції прямого завдання:

$$\left.\begin{aligned} &C_1 x_1^{-1} x_2^{-1} = \delta_1^* v^*; \quad C_5 x_2 = \frac{\delta_5^*}{\delta_3^*}; \\ &C_2 x_1 x_2^{1,75} = \delta_2^* v^*; \quad C_6 x_1 = \frac{\delta_6^*}{\delta_7^* + \delta_6^*}; \\ &C_3 x_2^{-1} x_3^{-1} = \delta_3^* v^*; \quad C_7 x_3 = \frac{\delta_7^*}{\delta_7^* + \delta_6^*}; \\ &C_4 x_2^{0,8} x_1^{0,8} = \frac{\delta_4^*}{\delta_4^*}; \quad \min g_0 = \max v = v^* \end{aligned}\right\} \qquad (27)$$

Із записаної системи, знаючи оптимальне рішення двоїстої задачі, знаходимо оптимальні значення x_1^*, x_2^*, x_3^*.

Виразив δ_i через базисні змінні, приходимо до системи трьох рівнянь відносно r_1, r_2, r_3:

$$\begin{aligned} &C_1^{-1} C_2 C_3^{-2,75} C_6^{-2} = \frac{r_1}{1 - r_1 - r_2} \left(\frac{1 - 2r_1 - 0,8r_2}{1 - 2r_1 - r_2 - 0,8r_3} \right)^2 \\ &C_1^{-1} C_3 C_6^{-1} C_7 = \frac{r_2}{1 - r_1 - r_2} \frac{r_2}{1 - 2r_1 - r_2 - 0,8r_3} \\ &C_4 C_5^{-0,8} C_6^{-0,8} = \left(\frac{1 - 2r_1 - 0,8r_3}{1 - 2r_1 - r_2 - 0,8r_3} \right)^{0,8} \end{aligned} \qquad (25)$$

Вирішивши цю систему нелінійних рівнянь, ми визначаємо точку двоїстого завдання,(23)на максимізацію. Максимальне значення цільової функції двоїстого завдання набудемо по формулі:

$$\max V(\overline{\delta}) = K_0 (\prod_{i=1}^{7} \delta_i^{t_i^{(0)}}) \prod_{k=1}^{P} \lambda_k (\overline{\delta})^{\lambda_k^{(0)}}$$

або

$$V^* = \max v(\overline{\delta}) = C_1 C_3 C_6 \delta_1^{-1} \delta_3^{-1} \delta_6^{-1} \delta_3^{1} (\delta_6 + \delta_7)^{(1+0)} =$$

$$= C_1 C_3 C_6 \frac{1 - 2r_1 - 0,8r_3}{(1 - r_1 - r_2)(1 - 2r_1 - r_2 - 0,8r_3)} =$$

$$= C_1 C_5 C_6 \frac{C_4 C_3 C_6}{1 - r_1 - r_2} = \frac{C_1 C_4^{5/4}}{1 - r_1 - r_2} .$$

З рівнянь на максимізацію, можна знайти значення *(1-*r_1*-*r_2*)* через відомі коефіцієнти прямого завдання C_i, i = 1,2.,7.

Аналіз залежностей, що входять в модель, показав, що вони отримані для різних умов обробки, тому не можна гарантувати адекватність розробленої моделі реальному технологічному процесу. Необхідні комплексні дослідження за визначенням достовірних технологічних залежностей, які дозволять використовувати методи геометричного програмування. Такий підхід до завдань враховує внутрішні зв'язки прямого завдання мінімізації, дає можливість аналізувати поведінку цільової функції $g_0(x)$ при зміні різних параметрів, що входять в завдання. Цією інформацією можна скористатися для збереження оптимальності проекту за умов, що змінюються, а також для вивчення інтеграції, які можуть виникнути з можливості зміни коефіцієнтів. Геометричне програмування, більш ніж інші методи нелінійного програмування, пристосовані для використання ЕОМ.

Висновки

1. Розроблені математичні моделі дозволяють знаходити послідовність обробки сукупності поверхонь деталей.

2. Для обґрунтованого вибору оптимального варіанту верстатної операції необхідна побудова взаємозв'язаних математичних моделей. Особливу увагу слід приділити формуванню несуперечливої системи окремих критеріїв.

3. Для рішення завдань формування операцій обробки на багатопозиційних верстатах доцільно використовувати цілу групу оптимальних варіантів маршрутів обробки окремих поверхонь.

4. Методика багаторівневої оптимізації, яка використовувалась для проектування верстатних операцій із забезпеченням необхідної точності обробки, адаптується до різних умов обробки.

5. Багаторівнева оптимізація операцій обробки деталей на верстатних токарних напівавтоматах дозволяє забезпечувати необхідну якість деталей.

6. Розроблену методику слід використовувати з метою визначення точності обробки і визначення раціональної сфери застосування устаткування за конкретних виробничих умов.

7. Автоматизоване проектування дозволяє знизити трудомісткість розробки технологічних процесів. Собівартість проектування верстатних операцій зменшується, що зв'язане з використанням обчислювальної техніки.

Список літератури

1. Бартеломью Д. Стохастические модели социальных процес сов/ Д. Бартеломью//. – М.: Финансы и статистика 1985. - 295 с.

2. Беляев В.К. Какой должна быть норма труда в условиях рынка / В.К. Беляев // Человек и труд. - 1997. - №8. - С. 99- 104.

3. Бельтюков Е.А, Организация работ и стимулирование технического обслуживания машиностроительного производства /Е.А. Бельтюков// Проблеми праці, економіка та моделювання. – Збірник наукових праць., Ч.І. Хмельницький: ТУП,- 1997 – с.35 – 38.

4. Богиня Д.П. Ефективність і нормування праці в системі ринкової економіки: Зб. наукових праць "Проблеми праці, економіки та моделювання." - Хмельницкий, 1997, - с,3 - 13.

5. Эмерсон Г.: „Двенадцать принципов производительности” (1912);

6. Эпштейн Д.И. Методические положения по укрупненному нормированию станочных робот на основе однострочных нормативов времени/ Д.И. Эпштейн //. — Л,: Изд-во ЛИЭН, 1963.

7. Эфрон Б. Нетрадиционные методы многомерного статистического анализа: сб.статей: Пер. с англ./ Предисловие Ю.П. Адлера, Ю.А. Кошевника.- М.: Финансы и статистика, 1988.-263 с.: ил.

8. Оборський Г.О. Наукові основи забезпечення параметричної надійності та динамічної якості технологічних систем прецизійної обробки: дис... д-ра наук: 05.03.01 - 2006.

9. Zaloga V.A., Krivoruchko D.V. Prediction of the Tool-Workpiece Interaction Force in Machining Operations with Small Undeformed Chip Thickness// Lucrarile Stiintifice Ale Simpozionului International "Universitaria ROPET 2001": Inginerie Mecanica. -Petrosani: University of Petrosani, 2001. -Vol.2. –P. 159- 164.

10. U/ Heisel, D.V. Krivoruchko, V.A. Zaloga, M. Storchak. Cause Ananlysis of Errors in Prediction of Orthogonal Cutting Performances // Proceedings of the 10th CIRP International Workshop on Modeling of Machining Operations. August 27-28, 2007 Reggio Calabria, Italy. – Universina Della Calabria, 2007. – (470 с.) С. 141 - 148.

Стаття надійшла до редколегії 31.01.2011

Рецензент: д-р техн. наук, профессор, Р.В. Сорокатий, Хмельницький національний університет, Хмельницький