УДК 519.6

Н.І. Полтораченко

Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ

ЗАДАЧА ПАРАМЕТРИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ТА НЕЧІТКІ МНОЖИНИ

Розглянуто задачу параметричної оптимізації інженерної мережі з дискретними та нечіткими змінними, які виражають невизначеність вихідних даних. Запропоновано алгоритм розв'язання сформульованої задачі.

Ключові слова: інженерна мережа, параметрична оптимізація, математична модель, нечіткі змінні та числа

Постановка проблеми

Задача параметричної оптимізації інженерної мережі (ІМ) − це складова частина загального процесу проектування нових та реконструкції старих ІМ, що є нагальною проблемою сучасного комунального господарства [1-4]. Велика кількість змінних та параметрів, не лінійність гідравлічних та економічних характеристик, наявність різних технічних вимог, можливість виникнення позаштатних ситуацій, невизначеності вихідних даних характеризує реальний процес проектування.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Етап параметричної оптимізації ІМ є одним з найбільш важливих та досліджених етапів, який, як правило, добре формалізується. До розв'язування задачі, що має детерміністський характер, застосовуються методи лінійного (за деяких спрощень), дискретного, нелінійного програмування. Але до цього часу залишається проблемою урахування можливої зміни вихідних даних, показників критеріїв якості та інших функціональних залежностей.

Проектування нових та реконструкція старих ІМ є багатокритеріальною і багатовимірною задачею, яка потребує нових підходів до її розв'язання [5]. У роботі [5] зроблено наголос на необхідності одночасного урахування як детерміністських вихідних даних, так і тих, що можуть змінюватися з плином часу.

Застосування функціонально-динамічних схем для моделювання інженерної мережі розглянуто у статті [6], у роботі [1] запропоновано декомпозицію задачі параметричної оптимізації в умовах невизначеності інформації, що виражається через інтервальні змінні та числа.

Невизначеність інформації в задачах оптимізації може бути виражена через нечіткі числа та функції [7]. Задача досягнення нечітко визначеної мети, сформульована Белманом і Заде, базується на припущенні, що мета прийняття рішень та множина альтернатив розглядаються як рівноправні нечіткі підмножини деякої універсальної множини альтернатив. Нечітка мета описується функцією належності $\mu_G : x \to [0;1]$.

Мета статті

Результати, що наведені у статті, є продовженням досліджень, які наведено у роботі [1].

Метою статті є розробка алгоритму отримання найбільш достовірного розв'язку задачі параметричної оптимізації в умовах невизначеності вихідної інформації, яка виражається через нечіткі числа і функції.

Виклад основного матеріалу

Розглянемо спосіб параметричної оптимізації ІМ, коли вихідним даним та функціональним залежностям відповідають їх функції належності, які характеризують ступінь достовірності того чи іншого значення:

$\mu_{Di}(D_{iw})$- функція належності значень діаметра комунікації i (i=1,2,…,v), де $D_i \in \{D_{i1},...,D_{iW_i}\}$- дискретна множина; W_i – кількість допустимих значень дискретної змінної D_i;

$\mu_{Fi}(f_{iw})$ − функція належності значень функціональної залежності $h_i = f_i(D_i)$, що відповідає комунікації i (i=1,2,…,v), де

$\bar{h} = (h_1, ..., h_v)$ − вектор паралельних змінних мережі;

$\mu_{Hi}\left(h_{iw}\right)$ − функція належності значень паралельної змінної комунікації і (i=1,2,…,v);

$\mu_{Zi}\left(y_{iw}\right)$ − функція належності значень функціональної залежності $y_i = y_i(h_i)$, що відповідає комунікації і (i=1,2,…,v), де $y_i(h_i)$ — капітальні та експлуатаційні витрати, що припадають на і-у комунікацію.

Наведені залежності є результатом експертних оцінок.

Оскільки D_i – дискретна множина, то H_i^* (допустима множина значень паралельної змінної для комунікації і (i=1,2,…,v)) також є дискретною і отримується з функціональної залежності $h_{iw} = f_i(D_{iw})$, w=1,2,…,W_i. А функція належності для кожного значення $h_{iw} \in H_i^*$ (i=1,2,…,v, w=1,2,…,W_i) визначається таким чином:

$$\mu_{H_i^*}\left(h_{iw}\right) = \min\left\{\mu_{Di}\left(D_{iw}\right), \mu_{Hi}\left(h_{iw}\right)\right\}.$$

Функцію належності для кожного значення y_{iw} визначаємо так

$$\mu_{Z_i^*}\left(y_{iw}\right) = \min\left\{\mu_{H_i^*}\left(h_{iw}\right), \mu_{Zi}\left(y_{iw}\right)\right\}.$$

Сформульована задача є однокритеріальною задачею з нечітко заданими параметрами. До неї можливо застосування схеми Беллмана і Заде [7]:

$$J=G \cap C_1 \cap C_2 \cap ... \cap C_P,$$

де G – нечітка підмножина цілі (мінімум капітальних та експлуатаційних витрат);

C_p – нечітка підмножина обмеження p (p=1,…,P);

P – кількість фундаментальних циклів.

Функціональна залежність для схеми Беллмана і Заде буде мати вигляд:

$$\varphi = \min(\min_i \left\{\mu_{Z_i^*}(y_i)\right\}, \min_p \min_{i \in M_p} \left\{\mu_{H_i^*}(h_i)\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow \max$$

при обмеженнях

$$\sum_{i \in M_p^*} h_i - \sum_{i \in M_p^{**}} h_i = 0, p=1,...,P,$$

$$y_i = y_i(h_i), \qquad i=1,2,…,v,$$

$$h_i \in \left\{h_{i1}, ..., h_{iW_i}\right\}, \qquad i=1,2,…,v,$$

де M_p^+ – множина індексів змінних h_i, які входять до обмеження p зі знаком «+»;

M_p^- – множина індексів змінних h_i, які входять до обмеження p зі знаком «-»;

M_p – множина індексів змінних h_i, які входять до обмеження p.

Очевидно, що цю задачу можна записати у вигляді

$$\varphi \rightarrow \max$$

при обмеженнях

$$\mu_{Z_i^*}\left(y_i\right) \geq \varphi, \qquad i=1,2,…,v, \qquad (1)$$

$$\mu_{H_i^*}\left(h_i\right) \geq \varphi, \qquad i=1,2,…,v, \qquad (2)$$

$$y_i = y_i(h_i), \qquad i=1,2,…,v, \qquad (3)$$

$$h_i \in \left\{h_{i1}, ..., h_{iW_i}\right\}, \qquad i=1,2,…,v, \qquad (4)$$

$$\sum_{i \in M_p^*} h_i - \sum_{i \in M_p^{**}} h_i = 0, p=1,...,P. \qquad (5)$$

Для розв'язування побудованої задачі пропонується застосувати таким ітераційний процес.

Крок 0. Оцінити всі можливі дискретні значення величини φ. Це зробити нескладно, оскільки відомі значення функцій належності, а саме значення $\varphi \in [0;1]$. Розташувати значення φ за спаданням $\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_n$.

Крок 1. n=0.

Крок 2. n=n+1. Отримати значення y_i та h_i, що відповідають умовам (1)-(4).

Крок 3. Перевірити виконання умови (5). Якщо умова виконується, то розв'язок задачі знайдено. У протилежному випадку переходимо до кроку 2.

Побудована задача дає найбільш достовірний розв'язок, але цей критерій не може бути єдиним для оцінки оптимальності способу параметричної оптимізації ІМ.

Введемо додаткову цільову функцію мінімум капітальних та експлуатаційних витрат:

$$y = \sum_{i=1}^{v} y_i\left(h_i\right) \rightarrow \min$$

та отримаємо двокритеріальну задачу параметричної оптимізації. Для цього віднормуємо другий критерій (перший критерій приймає значення на проміжку $[0;1]$):

$$\lambda = \frac{y - y_{min}}{y_{max} - y_{min}},$$

$$y_{max} = \sum_{i=1}^{v} \max_{w}\left(y_i\left(h_{iw}\right)\right),$$

де

$$y_{min} = \sum_{i=1}^{v} \min_{w}\left(y_i\left(h_{iw}\right)\right).$$

Тоді задача набуває вигляду:

$$\alpha\times\varphi\text{-}\beta\times\lambda \to \max$$

при обмеженнях

$$\sum_{i\in M_p^*} h_i - \sum_{i\in M_p^{**}} h_i = 0, p=1,...,P, \qquad (6)$$

$$y_i = y_i(h_i)\,, \qquad i=1,2,\ldots,v,$$

$$h_i \in \left\{h_{i1},...,h_{iW_i}\right\}, \qquad i=1,2,\ldots,v,$$

де α,β – вагові коефіцієнти ($\alpha+\beta=1$). Отримали задачу нелінійного програмування з дискретними змінними.

Висновки

Алгоритм розв'язування задачі (1)-(5) на початку своєї роботи задає найбільше значення φ, для якого знаходимо відповідні значення $\overline{h} = (h_1,...,h_v)$, що є найбільш достовірними, але вони не будуть допустимими у разі невиконання умови (5). З кожним кроком значення φ зменшується (знижується достовірність), що дає більший вибір значень $\overline{h} = (h_1,...,h_v)$. Перший допустимий розв'язок і дає найбільш достовірний розв'язок сформульованої задачі. Цей спосіб розв'язування задачі нечіткої параметричної оптимізації може бути використаний як окрема задача, так і як елемент більш масштабних розрахунків, що дозволяє оцінити достовірність того чи іншого розв'язку. Для цього була запропонована друга модель (6), яка дає змогу комбінувати за рахунок вагових коефіцієнтів інформацію про достовірність та витратність проекту. Можливість числового порівняння цих характеристик досягається віднормуванням другої функції. Розв'язування цієї задачі є предметом наступних досліджень.

Список літератури

1. Полтораченко Н.І. Декомпозиція задачі параметричної оптимізації в умовах невизначеності інформації // Управління розвитком складних систем: Н.І.Полтораченко: Збірник наук. праць. – К.: КНУБА, 2010. – Вип.2 . – С.45-48.

2. Атаманчук В.В. Особливості розвитку систем теплопостачання й шляхи їх оптимізації // Містобудування та територіальне планування/ В.В.Атаманчук: Наук.-техн.зб. – К.: КНУБА, 2009. – Вип.35. – С.25-33.

3. Храменков С.В. Стратегия модернизации водопроводной сети / С.В. Храменков. – М.: Стройиздат, 2005.

4. Стратегія проведення моніторингу й реформування систем муніципального водопостачання // Водопостачання та водовідведення / Н.Г. Насонкіна, В.В. Дорофієнко, В.М. Маслюк, С.Є. Антоненко, В.М. Сахновська – К.: 2009. - №2. – С.2-8.

5. Демченко В.В. Переваги онтологічного підходу до розподіленого моделювання інженерних та транспортних мереж // Містобудування та територіальне планування/ В.В. Демченко: Наук.-техн.зб. – К.: КНУБА, 2008. – Вип.29. – С.79-83.

6. Застосування функціонально- динамічних схем для моделювання інженерної мережі водопостачання міста // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки/ П.І. Анпілогов, В.М. Міхайленко, А.П. Анпілогов, Ю.В. Кошарна. Наук.-техн.зб. – К.: КНУБА, 2007. – Вип.27 . – С.8-13.

7. Зайченко Ю.П. Дослідження операцій. Підручник / Ю.П. Зайченко:– К., 2000. – 688 с.

Стаття надійшла до редколегії: 20.10.2010

Рецензент: д-р техн. наук, професор В.М. Міхайленко, Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ